

Geanina Havârneanu

**DIDACTICA
MATEMATICII ȘI INFORMATICII
PENTRU
ÎNVĂȚĂMÂNTUL PRIMAR**

Prefață de Oana Constantinescu

**POLIROM
2020**

Cuprins

<i>Prefață</i> (Oana Constantinescu).....	11
Capitolul 1. Elemente introductive despre formarea noțiunilor matematice	13
1.1. Baza psihopedagogică a formării noțiunilor matematice	13
1.2. Învățarea și formarea conceptelor matematice la școlarul mic	16
1.3. Cerințele conceperii demersului didactic în învățământul primar	23
1.4. Variante metodologice ale demersurilor didactice implicate în formarea limbajului matematic	29
1.5. Aserțiunile de politică educațională. Curriculumul Național.....	33
1.6. Strategia didactică – delimitări conceptuale	39
Bibliografie	49
Capitolul 2. Modalități de introducere a principalelor noțiuni matematice studiate în învățământul primar	53
2.1. Abilitățile matematice	53
2.2. Trasee metodologice utilizate în construirea noțiunilor matematice în învățământul primar	59
2.2.1. Traseul metodologic al introducerii numerelor în diverse concentre	61
2.2.1.1. Conceptul de număr natural	61
2.2.1.2. Traseul metodologic al introducerii numerelor în centrul 0-9, la clasa pregătitoare	65
2.2.1.3. Traseul metodologic al introducerii numerelor în centrul 10-31, la clasa pregătitoare	69
2.2.1.4. Traseul metodologic al introducerii numerelor în centrul 32-99, la clasa I.....	75
2.2.1.5. Traseul metodologic al introducerii numerelor în centrul 100-1000, la clasa a II-a.....	79
2.2.1.6. Traseul metodologic al introducerii numerelor în centrul 1000-10000, la clasa a III-a	86

2.2.1.7.	Traseul metodologic al introducerii numerelor în concentrul 10000-1000000, la clasa a IV-a.....	91
2.2.2.	Traseul metodologic al compunerii și descompunerii unui număr, la clasa pregătitoare.....	96
2.2.3.	Operațiile de adunare și scădere.....	102
2.2.3.1.	Traseul metodologic al introducerii operației de adunare/scădere cu 1-5 unități, la clasa pregătitoare.....	102
2.2.3.2.	Exemplu de traseu metodologic al predării operației de scădere cu 1-5 unități.....	105
2.2.3.3.	Traseul metodologic al introducerii operației de adunare/scădere în concentrul 0-1000.....	109
2.2.4.	Operația de înmulțire.....	114
2.2.4.1.	Traseul metodologic al introducerii operației de înmulțire în concentrul 0-100.....	116
2.2.4.2.	Predarea tablei înmulțirii.....	118
2.2.4.3.	Introducerea operației de înmulțire în alte concentrate.....	120
2.2.4.4.	Tehnici de calcul rapid.....	120
2.2.5.	Operația de împărțire.....	123
2.2.5.1.	Traseul metodologic al introducerii operației de împărțire în concentrul 0-100.....	124
2.2.5.2.	Predarea tablei împărțirii.....	126
2.2.5.3.	Introducerea operației de împărțire în alte concentrate.....	127
2.2.5.4.	Introducerea ordinii efectuării operațiilor și a folosirii parantezelor rotunde.....	128
2.3.	Traseul metodologic al introducerii noțiunii de fracție.....	129
2.3.1.	Formarea noțiunii de unitate fracționară.....	130
2.3.2.	Reprezentări de fracții.....	132
2.3.3.	Tipuri de fracții.....	133
2.3.4.	Fracții echivalente.....	136
2.3.5.	Compararea fracțiilor.....	138
2.3.5.1.	Compararea fracțiilor cu întregul.....	138
2.3.5.2.	Compararea fracțiilor care au același numitor.....	140
2.3.5.3.	Compararea fracțiilor care au același numărător.....	141
2.3.6.	Operații cu fracții.....	142
2.3.6.1.	Adunarea fracțiilor care au același numitor.....	142
2.3.6.2.	Scăderea fracțiilor care au același numitor.....	143
2.3.7.	Aflarea unei fracții dintr-un întreg.....	144
	Bibliografie.....	146
	Capitolul 3. Rezolvarea și compunerea de probleme.....	147
3.1.	Rezolvarea prin metode aritmetice a problemelor de matematică.....	147
3.1.1.	Traseul metodic al rezolvării aritmetice a problemelor de matematică.....	149

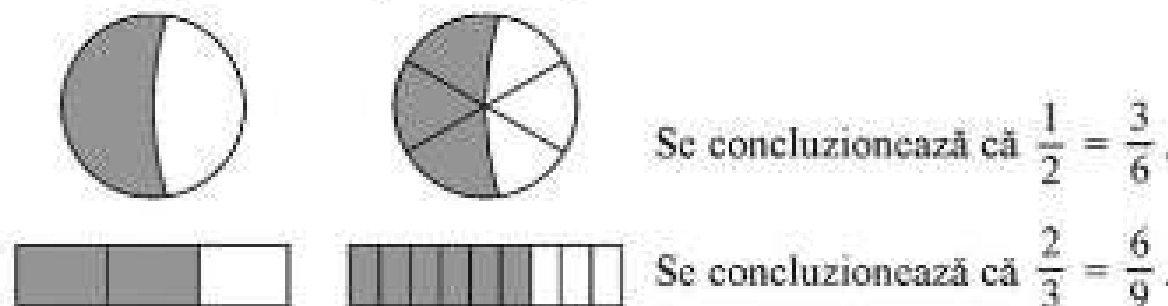
3.1.2.	Metoda figurativă de tipul sumă și diferență	151
3.1.3.	Metoda figurativă de tipul sumă și raport	153
3.1.4.	Metoda figurativă de tipul diferență și raport	155
3.1.5.	Metoda falsei ipoteze	157
3.1.6.	Metoda retrogradă	159
3.1.7.	Alte metode de rezolvare a problemelor de aritmetică	163
3.1.7.1.	Metoda folosind principiul lui Dirichlet	163
3.1.7.2.	Metoda reducerii la unitate	171
3.1.7.3.	Metoda comparației	172
3.2.	Traseul metodic al compunerii problemelor de matematică în clasa pregătitoare și în clasele I-IV	175
3.2.1.	Traseul metodic al compunerii problemelor de matematică în clasa pregătitoare	175
3.2.2.	Exemple de traseu metodic al compunerii problemelor de matematică în clasa pregătitoare	176
	Bibliografie	179
Capitolul 4. Proiectarea și interpretarea probelor de evaluare în învățământul primar		181
	Bibliografie	192
Capitolul 5. Rolul mijloacelor de învățământ, al materialelor didactice și al TIC în formarea noțiunilor matematice		195
5.1.	Paradigma educației prin utilizarea tehnologiei informației și a comunicațiilor	195
5.2.	Politici educaționale specifice programelor TIC pentru învățământul primar	198
5.3.	Tranziția către un mediu educațional online prin programul de introducere a TIC în sistemul educațional primar	199
5.4.	Conceptualizarea programelor TIC pentru învățământul primar	201
5.5.	Principiile învățării cu ajutorul resurselor multimedia	209
5.6.	Rolul resurselor educaționale în format digital	211
5.7.	Mijloacele de învățământ și materialele didactice	215
5.8.	Rolul mijloacelor de învățământ și al materialelor didactice integrate prin TIC în formarea noțiunilor matematice	219
	Bibliografie	223
Capitolul 6. Programa școlară pentru disciplina opțională Informatică pentru învățământul primar		229
	Bibliografie	251
Capitolul 7. Limbaje de programare, editoare și software-uri educaționale care pot fi utilizate în cadrul opționalului de informatică în clasele I-IV		253
7.1.	Editorul grafic Microsoft Paint	253

7.2. Limbajul de programare Scratch 2.0	257
7.3. Mediul de programare Blockly	280
7.4. Software-ul GeoGebra	288
7.5. Platforma educațională 123edu.ro	302
7.6. Sistemul educațional informatizat AeL	304
7.7. Platforma Kidibot	305
7.8. Platforma Khan Academy	308
7.9. Platforma educațională Kaboot!	310
7.10. Platforma Nearpod	314
7.11. Crearea unui blog al clasei/școlii	319
7.12. Platforma Îndreptar Digital	323
Bibliografie	327

II. Faza de structurare noțională

Etapa semiabstractă:

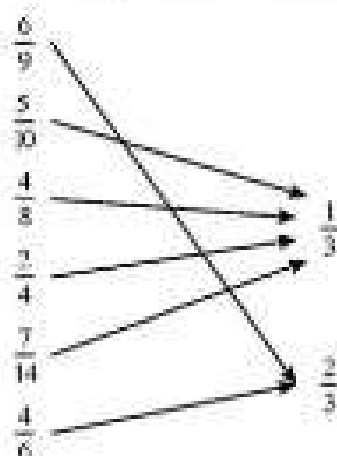
- Se întăresc terminologia specifică și concluzia obținută în etapa anterioară.
- Aceleași probleme reprezentate prin desen:



III. Faza de aplicare și exersare direcționată

Etapa abstractă:

- Se scrie pe tablă și pe caiete regula: două fracții se numesc echivalente dacă au proprietatea că una din fracții are numărătorul, respectiv numitorul egal cu numărătorul, respectiv numitorul celeilalte fracții înmulțit cu același număr.
- Se fac exerciții numerice de tipul:
 - Scrieți cinci fracții care sunt egale cu $\frac{4}{4}$.
 - Asociați fracțiile scrise în partea stângă a foii cu cele din partea dreaptă a foii, astfel încât să fie fracții echivalente:



- Demonstrați prin reprezentare că $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$.



4. Demonstrați prin reprezentare că $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$.



2.3.5. Compararea fracțiilor

2.3.5.1. Compararea fracțiilor cu întregul

Strategia inductivă

I. Faza de familiarizare

Etapa concretă:

- Se ia un măr și se împarte în două părți egale. Se identifică unitatea fracționară obținută.
- Se rezolvă exerciții de tipul:
Ce formează cele două doimi? Cum putem scrie fracția două doimi?
(Intuitiv, alipind două jumătăți ale unui măr obținem mărul întreg: $\frac{2}{2} = 1$,
așadar o fracție echiunitară este egală cu întregul.) Ce fel de fracție este $\frac{1}{2}$?
Dar $\frac{2}{2}$? Dați exemplu de o fracție supraunitară, folosind unitatea fracționară
doime. Reprezentați-o. Se compară trei doimi de măr cu un măr și se
constată că reprezintă mai mult decât un întreg. Ce fracție reprezintă?
Reprezentați-o.
- Se analizează cum sunt numărătorii față de numitorii fracțiilor care se
compară cu întregul.
- Se concluzionează că:
 - o fracție este mai *mică* decât întregul dacă are numărătorul mai *mic* decât numitorul;
 - o fracție este mai *mare* decât întregul dacă are numărătorul mai *mare* decât numitorul;
 - o fracție este *egală* cu întregul dacă are numărătorul *egal* cu numitorul.

II. Faza de structurare noțională

Etapa concretă:

- Se ia un măr și se împarte în patru părți egale. Se identifică unitatea fracționară obținută.

b. Se rezolvă exerciții de tipul:

Ce formează cele patru sferturi? Cum putem scrie fracția patru pătrimi? (Intuitiv, alipind cele patru sferturi ale unui măr obținem mărul întreg:

$$\frac{4}{4} = 1,$$

așadar o fracție echivunitară este egală cu întregul.) Ce fel de fracție

este $\frac{1}{4}$? Dar $\frac{4}{4}$? Dați exemplu de o fracție subunitară, folosind unitatea fracționară pătrime. Reprezentați-o. Se compară cinci sferturi de măr cu un măr și se constată că reprezintă mai mult decât un întreg. Ce fracție reprezintă? Reprezentați-o.

Etapa semiabstractă:

- Se întăresc terminologia specifică și concluzia obținută în etapa anterioară.
- Se fac reprezentări cu ajutorul segmentelor, a pătratelor, a dreptunghiurilor.
- Se procedează la fel și cu alte unități fracționare: treimea, pătrimea, cincimea, șesimea, șeptimea.
- Se procedează la fel și cu alte fracții supraunitare (cinci treimi, șase pătrimi, opt cincimi, zece șeptimi).

III. Faza de aplicare și exersare direcționată

Etapa abstractă:

- Se fac astfel de exerciții numerice și se concluzionează.
- Se scriu pe tablă și pe caiete regulile:
 - O fracție este egală cu întregul, dacă numitorul este egal cu numărătorul (numărul părților în care a fost împărțit întregul să fie egal cu numărul părților luate din întreg).
 - O fracție reprezintă mai mult decât un întreg dacă numărătorul este mai mare ca numitorul.
 - O fracție reprezintă mai puțin decât un întreg dacă numărătorul este mai mic ca numitorul.
- Se face analogia cu tipurile de fracții și se concluzionează că:
 - o fracție echivunitară este egală cu întregul;
 - o fracție subunitară este mai mică decât întregul;
 - o fracție supraunitară este mai mare decât întregul.
- Se sintetizează aceste noțiuni în următorul tabel sinoptic:

Fracția dată	Dacă	Atunci	Denumirea fracției este:
$\frac{m}{n}$	$m < n$	$\frac{m}{n} < 1$	Fracție subunitară, deci mai mică decât întregul.

$\frac{m}{n}$	$m = n$	$\frac{m}{n} = 1$	Fracție echinunitară, deci egală cu întregul.
$\frac{m}{n}$	$m > n$	$\frac{m}{n} > 1$	Fracție supraunitară, deci mai mare decât întregul.

2.3.5.2. Compararea fracțiilor care au același numitor

Strategia inductivă

I. Faza de familiarizare

Etapa concretă:

- Se ia un măr și se împarte în patru părți egale. Se iau o parte din măr în mâna stângă și două părți din măr în mâna dreaptă. Se compară. Se concluzionează că o pătrime este mai mică decât două pătrimi.
- Se repetă acest exercițiu și cu alte unități fracționare.
- Se observă că este suficient să comparăm numărul de unități fracționare atunci când comparăm două fracții care au același numitor.

II. Faza de structurare noțională

Etapa semiabstractă:

- Se iau două coli de hârtie de formă dreptunghiulară, la fel de mari. Se împarte prima coală, prin pliere, în treimi (obținem trei treimi). Se împarte a doua coală, tot prin pliere, în șesimi (se obțin șase șesimi). Se decupează din fiecare dreptunghi câte două părți (din primul două treimi, din al doilea două șesimi). Se compară părțile decupate și se concluzionează: două treimi sunt mai mari decât două șesimi.
- Se repetă acest exercițiu și cu alte unități fracționare.
- Se observă că este suficient să comparăm numărul de unități fracționare atunci când comparăm două fracții care au același numitor.

III. Faza de aplicare și exersare direcționată

Etapa abstractă:

- Se întăresc terminologia specifică și concluzia obținută în etapa anterioară.
- Se fac astfel de exerciții numerice și se concluzionează.
- Se scrie pe tablă și pe caiete regula: *dintre două fracții cu același numitor, mai mare este cea cu numărătorul mai mare.*

- d. Se fac numeroase exerciții de comparare a fracțiilor cu același numitor.
- e. Se fac exerciții de ordonare a mai multor fracții care au același numitor.

2.3.5.3. Compararea fracțiilor care au același numărător

Strategia inductivă

I. Faza de familiarizare

Etapă concretă:

- a. Se iau două pâini și se împart astfel: prima în patru părți egale și a doua în opt părți egale. Se compară trei pătrimi cu trei optimi și se concluzionează că trei pătrimi sunt mai mari decât trei optimi.
- b. Se repetă acest exercițiu și cu alte unități fracționare.
- c. Se observă că este suficient să comparăm între ele unitățile fracționare atunci când comparăm două fracții care au același numărător.

II. Faza de structurare noțională

Etapă semiabstractă:

- a. Se întărește terminologia specifică și concluzia obținută în etapa anterioară.
- b. Se desenează două cercuri la fel de mari. Primul cerc se împarte în patru părți egale. Al doilea cerc se împarte în opt părți egale. Se colorează din fiecare cerc câte trei părți și apoi se decupează. Se scriu fracțiile corespunzătoare părților colorate. Se compară părțile colorate prin suprapunere și se concluzionează că două pătrimi sunt mai mari decât două optimi.
- c. Se repetă acest exercițiu și cu alte unități fracționare.
- d. Se observă că este suficient să comparăm între ele unitățile fracționare atunci când comparăm două fracții care au același numărător.

III. Faza de aplicare și exersare direcționată

Etapă abstractă:

- a. Se fac astfel de exerciții numerice.
- b. Se concluzionează și se scrie pe tablă și caiete regula: *dintre două fracții cu numărătorii egali, este mai mare fracția cu numitorul mai mic.*
- c. Se fac numeroase exerciții de comparare a fracțiilor cu același numărător.
- d. Se fac exerciții de ordonare a mai multor fracții care au același numitor.
- e. Se fac exerciții de comparare a unor perechi de fracții, care fie au același numitor, fie au același numărător, fără a se mai preciza tipul lor.

2.3.6. Operații cu fracții

Pentru clasa a IV-a sunt prevăzute numai operații simple cu fracții, anume adunarea și scăderea fracțiilor care au același numitor, ceea ce presupune adunarea sau scăderea numărului părții or considerate de același fel.

În primul rând, întrucât în această fază se lucrează numai cu fracții care au același numitor, deci cu părți de același fel, trebuie să se evidențieze că este obligatoriu ca fracțiile să aibă același numitor. În al doilea rând, trebuie să se insiste asupra numărului părților implicate în calcule, pentru a determina elevii să înțeleagă că *în operațiile de adunare și scădere a fracțiilor cu același numitor, numitorii nu intervin în calcul, rămânând neschimbați, adunându-se sau scăzându-se doar numărătorii.*

2.3.6.1. Adunarea fracțiilor care au același numitor

Strategia inductivă

I. Faza de familiarizare

Etapă concretă:

- Se ia un măr și se împarte în patru părți egale. Se numără părțile. Din numărul părților obținute prin împărțirea mărului la patru, luăm în mâna stângă o bucată și în mâna dreaptă două bucăți.
Ce fracție din măr reprezintă numărul bucăților luate? Din cele patru părți în care a fost împărțit mărul, partea luată reprezintă trei părți, așadar o pătrime și cu două părți fac trei părți.
- Se analizează dacă se pot aduna fracții cu numitori diferiți și se concluzionează că trebuie întotdeauna aduse la același numitor.
- Se fac exerciții asemănătoare, dar cu alte unități fracționare.
- Se concluzionează că atunci când adunăm două fracții cu același numitor, suma este o fracție cu același numitor, dar la numărător are suma numărătorilor termenilor dați.

II. Faza de structurare noțională

Etapă semiabstractă:

- Se întăresc terminologia specifică și concluzia obținută în etapa anterioară.
- Se ia o foaie dreptunghiulară. Se împarte, prin pliere, în șase părți egale. Se colorează două părți cu o culoare și alte trei părți cu o altă culoare.
Ce fracție din suprafața foi reprezintă partea colorată? Din cele șase părți în care a fost împărțită foaia dreptunghiulară, partea colorată reprezintă cinci șesimi, așadar două șesimi și cu trei șesimi fac cinci șesimi.
- Se fac exerciții asemănătoare, dar cu alte unități fracționare.