

### Amintește-ți!

Îți vei aminti ceea ce ai învățat.

### Observă și descoperă!

Vei descoperi sau vei observa aplicații a ceea ce înveți în lecție.

### Important

Aici îți sunt prezentate informațiile principale și sunt oferite exemple.

### Exersează!

Vei realiza activitățile propuse cu ajutorul modelelor și a problemelor rezolvate.

### Exersezi și progresezi!

Vei realiza activitățile propuse pentru a-ți îmbunătăți pregătirea.



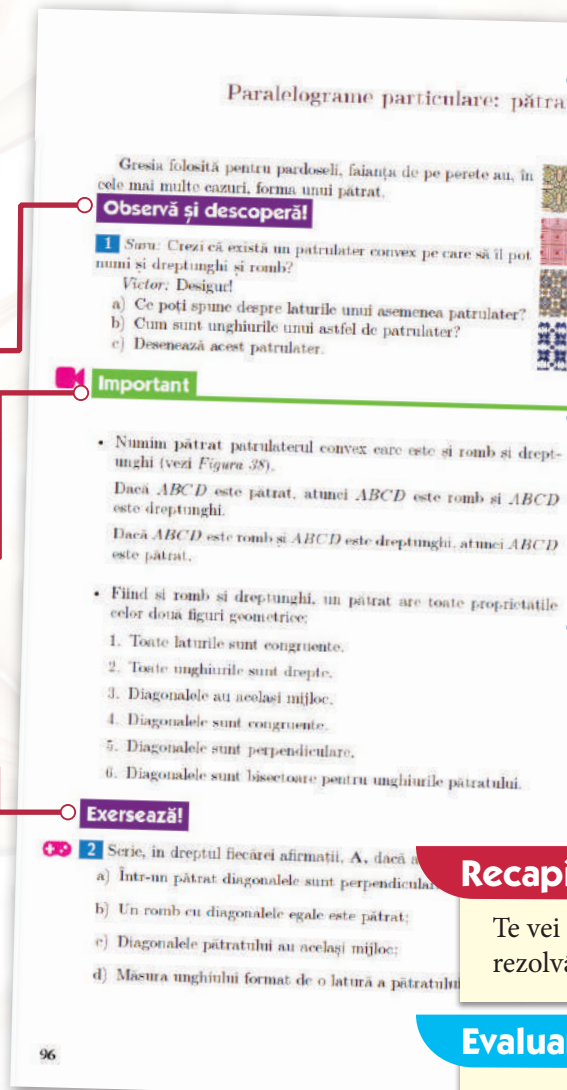
Imagine în manualul digital



Film sau animație în manualul digital



Activitate interactivă în manualul digital



### Portofoliu

Organizează-ți lucrările!  
Apreciază dacă ai progresat.

### Autoevaluare

Apreciază-ți rezultatele!  
Identifică dificultățile întâmpinate.

### Observ!

Verifică ce și cum ai lucrat!  
Apreciază cât de mult ți-a plăcut activitatea.

### Proiect

Lucrează în grup, pentru a obține un produs interesant!  
Apreciază cum ai lucrat și cum ai colaborat.

### Investigație

Caută răspunsuri la probleme din viața ta!  
Apreciează soluția găsită și cooperarea cu colegii.

### Recapitulare

Te vei pregăti pentru evaluare, rezolvând exercițiile din *Recapitulare*.

### Evaluare

Proba de evaluare îți va arăta cât de pregătit/pregătită ești la acea unitate.



Acasă



9



Mergi la pagina



Cuprins



Activități de învățare



Răspunsuri



Ajutor



Navigare între paginile manualului



# Cuprins

UNITATEA

1

La revedere, vacanță!

8

Recapitulare.....	9
Evaluare inițială .....	11

UNITATEA

Competențe specifice: 1.1., 2.1., 4.1.

2

Mulțimea numerelor reale

12

Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural .....	13
Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional .....	16
Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical. ....	19
Numere iraționale, exemple. Mulțimea numerelor reale. Incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ .....	21
Compararea și ordonarea numerelor reale .....	25
Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări. Modulul unui număr real (definiție, proprietăți) .....	27
Recapitulare.....	30
Evaluare .....	31
Exersezi și progresezi! .....	32

UNITATEA

Competențe specifice: 3.1., 5.1., 6.1.

3

Operații cu numere reale

33

Adunarea și scăderea numerelor reale. ....	34
Înmulțirea și împărțirea numerelor reale .....	37
Puteri cu exponent număr întreg. Raționalizarea numitorilor de forma $a\sqrt{b}$ .....	40
Media aritmetică ponderată a $n$ numere reale, $n \geq 2$ . Media geometrică a două numere reale pozitive. ....	43
Ecuatii de forma $x^2 = a$ , unde $a \in \mathbb{R}$ .....	46
Recapitulare.....	48
Evaluare .....	49
Exersezi și progresezi! .....	50

UNITATEA

Competențe specifice: 1.1., 2.2., 3.2, 4.2., 5.2., 6.2.

4

Ecuatii și sisteme de ecuații liniare

51

Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă. Identități .....	52
Ecuatii de forma $ax + b = 0$ , unde $a, b \in \mathbb{R}$ . Mulțimea soluțiilor unei ecuații. Ecuatii echivalente .....	54
Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute .....	57
Rezolvarea sistemelor de două ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda substituției .....	59
Rezolvarea sistemelor de două ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda reducerii .....	61

Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații liniare . . . . .	63
Recapitulare. . . . .	66
Evaluare . . . . .	67
Exersezi și progresezi. . . . .	68

**UNITATEA**

Competențe specifice: 1.1., 2.3., 3.3., 4.3., 5.3., 6.3.

**5**

**Elemente de organizare a datelor**

**69**

Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sistem de axe ortogonale în plan. Reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale . . . . .	70
Reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan. . . . .	74
Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice.	
Poligonul frecvențelor . . . . .	77
Investigație . . . . .	83
Recapitulare. . . . .	84
Evaluare . . . . .	86
Exersezi și progresezi. . . . .	87

**UNITATEA**

Competențe specifice: 1.4., 2.4., 3.4., 4.4., 5.4., 6.4.

**6**

**Patrulaterul**

**89**

Patrulaterul convex. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex . . . . .	90
Paralelogramul: proprietăți. . . . .	94
Aplicații în geometria triunghiului: linie mijlocie în triunghi, centrul de greutate al unui triunghi . . . . .	99
Paralelograme particulare: dreptunghi; proprietăți. . . . .	103
Paralelograme particulare: romb; proprietăți. . . . .	106
Paralelograme particulare: pătrat; proprietăți . . . . .	109
Trapezul, clasificare, proprietăți. Linia mijlocie în trapez. Trapezul isoscel; proprietăți . . . . .	112
Perimetre și arii: paralelogram, paralelograme particulare, triunghi, trapez. . . . .	117
Recapitulare. . . . .	122
Evaluare . . . . .	123
Exersezi și progresezi. . . . .	124

**UNITATEA**

Competențe specifice: 1.5., 2.5., 3.5., 4.5., 5.5., 6.5.

**7**

**Cercul**

**125**

Unghi înscris în cerc. Coarde și arce în cerc. Proprietăți . . . . .	126
Tangente dintr-un punct exterior la un cerc. . . . .	131
Poligoane regulate înscrise în cerc - construcție, măsuri de unghiuri . . . . .	134
Lungimea cercului și aria discului . . . . .	137
Recapitulare. . . . .	140
Proiect: Geometria cercului . . . . .	141
Evaluare . . . . .	142
Exersezi și progresezi. . . . .	143

Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante . . . . .	147
Teorema lui Thales. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere date . . . . .	151
Reciproca teoremei lui Thales. . . . .	154
Recapitulare. . . . .	156
Evaluare . . . . .	158
Exersezi și progresezi. . . . .	159

Triunghiuri asemenea. Teorema fundamentală a asemănării . . . . .	161
Criterii de asemănare a triunghiurilor . . . . .	165
Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea. Aproximarea în situații practice a distanțelor folosind asemănarea. . . . .	168
Recapitulare. . . . .	172
Evaluare . . . . .	174
Exersezi și progresezi. . . . .	175

Proiecții ortogonale pe o dreaptă. Teorema înălțimii. Teorema catetei . . . . .	177
Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora. . . . .	181
Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit. . . . .	183
Rezolvarea triunghiului dreptunghic. . . . .	187
Aplicații: calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat. . . . .	190
Aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice . . . . .	193
Recapitulare. . . . .	195
Evaluare . . . . .	198
Exersezi și progresezi. . . . .	199

Recapitulare finală . . . . .	201
Proiect: Istoria numărului de aur. . . . .	202
Evaluare finală. . . . .	206
Evaluarea Portofoliului . . . . .	207

## Competențe generale:

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

## Competențe specifice:

- 1.1. Identificarea numerelor aparținând diferitelor submulțimi ale lui  $\mathbb{R}$ ;
- 1.2. Identificarea unei situații date rezolvabile prin ecuații sau sisteme de ecuații liniare;
- 1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame;
- 1.4. Identificarea patruleterelor particulare în configurații geometrice date;
- 1.5. Identificarea elementelor cercului și/sau poligoanelor regulate în configurații geometrice date;
- 1.6. Identificarea triunghiurilor asemenea în configurații geometrice date;
- 1.7. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată.
- 2.1. Aplicarea regulilor de calcul pentru estimarea și aproximarea numerelor reale;
- 2.2. Utilizarea regulilor de calcul cu numere reale pentru verificarea soluțiilor unor ecuații sau sisteme de ecuații liniare;
- 2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora;
- 2.4. Descrierea patruleterelor utilizând definiții și proprietăți ale acestora, în configurații geometrice date;
- 2.5. Descrierea proprietăților cercului și ale poligoanelor regulate înscrise într-un cerc;
- 2.6. Stabilirea relației de asemănare între triunghiuri;
- 2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia.
- 3.1. Utilizarea unor algoritmi și a proprietăților operațiilor în efectuarea unor calcule cu numere reale;
- 3.2. Utilizarea transformărilor echivalente în rezolvarea unor ecuații și sisteme de ecuații liniare;
- 3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora;
- 3.4. Utilizarea proprietăților patruleterelor în rezolvarea unor probleme;
- 3.5. Utilizarea proprietăților cercului în rezolvarea de probleme;
- 3.6. Utilizarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice date pentru determinarea de lungimi, măsuri și arii;
- 3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic.
- 4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers);
- 4.2. Redactarea rezolvării ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare;
- 4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor;
- 4.4. Exprimarea în limbaj geometric a noțiunilor legate de patrulatere;
- 4.5. Exprimarea proprietăților cercului și ale poligoanelor în limbaj matematic;
- 4.6. Exprimarea în limbaj matematic a proprietăților unor figuri geometrice folosind asemănarea;
- 4.7. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic.
- 5.1. Elaborarea de strategii pentru rezolvarea unor probleme cu numere reale;
- 5.2. Stabilirea unor metode de rezolvare a ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare;
- 5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor;
- 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea optimizării calculării unor lungimi de segmente, a unor măsuri de unghiuri și a unor arii;
- 5.5. Interpretarea unor proprietăți ale cercului și ale poligoanelor regulate folosind reprezentări geometrice;
- 5.6. Interpretarea asemănării triunghiurilor în configurații geometrice;
- 5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic.
- 6.1. Modelarea matematică a unor situații practice care implică operații cu numere reale;
- 6.2. Transpunerea matematică a unor situații date, utilizând ecuații și/sau sisteme de ecuații liniare;
- 6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic);
- 6.4. Modelarea unor situații date prin reprezentări geometrice cu patrulatere;
- 6.5. Modelarea matematică a unor situații practice în care intervin poligoane regulate sau cercuri;
- 6.6. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând asemănarea triunghiurilor;
- 6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic.



UNITATEA

1

La revedere, vacanță!



## Recapitulare

**1** Scrie:

- a) mulțimea numerelor întregi mai mari decât  $-5$  și mai mici decât  $2$ ;
- b) mulțimea numerelor întregi cu modulul mai mic sau egal cu  $3$ ;
- c) mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât  $1$ ;
- d) mulțimea numerelor întregi mai mari sau egale cu  $-2$  și mai mici sau egale cu  $4$ .

**2** Împarte numărul  $1\,200$  în cinci părți direct proporționale cu numerele  $2, 3, 4, 5$  și  $6$ .

**3** Numerele  $a, b$  și  $c$  sunt invers proporționale cu numerele  $2, 3$  și  $4$ . Determină  $a, b$  și  $c$  pentru care relația  $a^2 + b^2 + c^2 = 976$  este adevărată. Scrie toate soluțiile posibile.

**4** Calculează:

- a)  $3 + (-2) - 5$ ;
- b)  $6 - (-2) \cdot (-3)$ ;
- c)  $5 : (-5) + (-5)$ ;
- d)  $(-2)^3 - (-2)^2$ ;
- e)  $|-3| + |2|$ ;
- f)  $|-5| - |-7|$ ;
- g)  $|(-2)^2| - |(-2)^3|$ ;
- h)  $||-4| - |+6||$ ;
- i)  $-1 + 3 \cdot \{-3 - 2 \cdot [-1 - (5 - 3)]\}^2$ ;
- j)  $[(-3 - 1)^2 + 3 \cdot (-4) + (-2)^3 + 3 \cdot (-1)^4]^3$ .

**5** Trei autobuze pornesc, din aceeași stație, în același moment. Cursele lor au durată de  $30, 45$ , respectiv  $50$  de minute. După cât timp se vor întâlni din nou autobuzele în această stație?

**6** Efectuează:

- a)  $1 - \frac{1}{2} : \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left[-\frac{1}{5} + (-4) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} : (-2)\right)\right] + \frac{1}{13}$ ;
- b)  $2 - 0,3 : [1,2 - 0,(3) \cdot 2] \cdot \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot [1 - 0,0(5) \cdot 3]\right\}$ .

**7** Dintr-un depozit cu hrană uscată pentru animale s-a livrat, în prima lună, o cincime din cantitate. A doua lună, s-a livrat un sfert din rest și au rămas  $3\,360$  kg de hrană uscată. Câte kilograme de hrană uscată au fost la început?

**8** Se consideră unghiul  $AOB$  și semidreapta  $OC$  bisectoarea lui. Fie  $OE$  bisectoarea unghiului  $AOC$  și  $OF$  bisectoarea unghiului  $BOC$ . Demonstrează că  $OC$  este și bisectoarea unghiului  $EOF$ .

**9** Supplementul complementului unui unghi are măsura de  $123^\circ$ . Care este măsura unghiului?

**10** Complementul supplementului unui unghi are măsura de  $40^\circ$ . Care este măsura unghiului?

**11 Lucrați în pereche!** Completați spațiile punctate cu răspunsurile corecte, folosindu-vă de *Figura 1*, în care dreptele  $d$  și  $e$  sunt paralele, iar dreapta  $f$  este secantă.

- a) Unghiurile  $\hat{1}$  și  $\hat{5}$  se numesc unghiuri ....
- b) Unghiurile  $\hat{1}$  și  $\hat{3}$  se numesc unghiuri ....
- c) Unghiurile  $\hat{2}$  și  $\hat{8}$  se numesc unghiuri ....
- d) Unghiurile  $\hat{3}$  și  $\hat{5}$  se numesc unghiuri ....
- e) Unghiurile  $\hat{4}$  și  $\hat{5}$  sunt unghiuri ....
- f) Unghiurile  $\hat{2}$  și  $\hat{7}$  sunt unghiuri ....

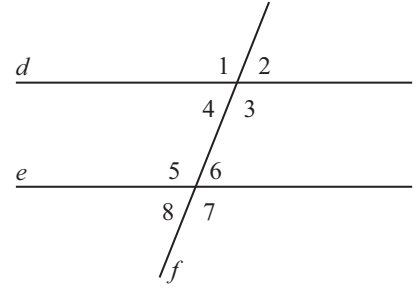


Figura 1

**12** Se consideră  $d \parallel e$ ,  $f \parallel g$  și  $d \perp f$ . Demonstrează că  $d \perp g$ ,  $e \perp f$  și  $e \perp g$ .

**13** Desenează cercurile  $C(A, 2 \text{ cm})$  și  $C(B, 4 \text{ cm})$ . Precizează denumirea celor două cercuri precum și câte puncte comune au cele două cercuri în fiecare din următoarele cazuri:

- a)  $A = B$ ;
- b)  $AB = 1 \text{ cm}$ ;
- c)  $AB = 2 \text{ cm}$ ;
- d)  $AB = 3 \text{ cm}$ ;
- e)  $AB = 4 \text{ cm}$ ;
- f)  $AB = 5 \text{ cm}$ ;
- g)  $AB = 6 \text{ cm}$ ;
- h)  $AB = 7 \text{ cm}$ .

**14** Un triunghi are un unghi cu măsura de  $30^\circ$ . Dacă triunghiul are un unghi exterior cu măsura egală cu dublul unghiului adiacent cu el, calculează măsurile unghiurilor acestui triunghi.

**15** În *Figura 2* este reprezentat triunghiul  $ABC$ , în care  $BD$  este bisectoarea unghiului  $ABC$ ,  $D \in AC$ ,  $BE$  este bisectoarea unghiului  $ABD$ ,  $E \in AC$ , iar  $EM$ ,  $M \in BC$ , este înălțime în triunghiul  $BEC$ . Dacă măsura unghiului  $DBC$  este de  $30^\circ$ , iar măsura unghiului  $BAD$  este de  $70^\circ$ , calculează măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ , măsura unghiului  $BEA$  și măsura unghiului  $DNM$ , unde punctul  $N$  reprezintă intersecția segmentelor  $BD$  și  $EM$ .

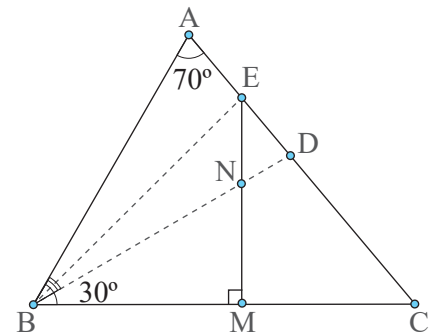


Figura 2

**17** În *Figura 3* este reprezentat triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $AB \equiv AC$ , în care bisectoarea unghiului  $B$  și înălțimea din  $A$  se intersectează în  $T$ . Dacă măsura unghiului  $ACT$  este egală cu  $15^\circ$ , determină măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .

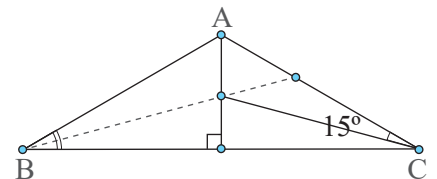


Figura 3

**18** Se consideră triunghiul isoscel  $ABC$  cu  $AB \equiv AC$  și  $BD$  bisectoarea unghiului  $ABC$ ,  $D \in AC$ . Dacă triunghiurile  $BCD$  și  $ABD$  sunt isoscele, determină măsurile unghiurilor triunghiului  $ABC$ .

**19** Se consideră triunghiul oarecare  $ABC$  și punctul  $D$  simetricul punctului  $B$  față de punctul  $A$ , iar punctul  $E$  simetricul punctului  $C$  față de punctul  $A$ . Demonstrează că  $ED \parallel BC$ .



## Evaluare inițială

Timpul de lucru este de 50 de minute. Se acordă 10p din oficiu.

10p **1** Asociază fiecare operație din coloana **A** cu rezultatul corespunzător din coloana **B**.

A	B
a) $(-6) + (-3)$	1) $-9$
b) $(-6) \cdot (-3)$	2) $-3$
c) $(-6) : (-3)$	3) $-2$
d) $(-6) - (-3)$	4) $+2$
	5) $+18$

10p **2** Scrie în dreptul fiecărei afirmații **A**, dacă afirmația este adevărată și **F**, dacă este falsă:

- a) Două cercuri secante au exact trei puncte distincte în comun.
- b) Două cercuri tangente au exact un punct în comun, indiferent dacă sunt tangente interioare sau tangente exterioare.

10p **3** Completează spațiile punctate astfel încât să obții afirmații adevărate:

- a) Suma măsurilor unghiurilor într-un triunghi este de ....
- b) Cel mai mare divizor comun al numerelor 120 și 144 este ....

10p **4** Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. Dacă  $\triangle ABC \equiv \triangle MNP$ , atunci:

- A)  $AB = MP$ ; B)  $AC = MN$ ; C)  $\sphericalangle BAC = \sphericalangle NMP$ ; D)  $\sphericalangle ACB = \sphericalangle MNP$ .

15p **5** Determină  $x$  din următoarea ecuație:  $\frac{5}{4} \cdot \left[ \frac{4}{5} \left( \frac{2}{3}x + \frac{3}{2} \right) + 1 \right] - \left( \frac{3}{2} \right)^2 = 3$ .

15p **6** Se consideră două unghiuri adiacente suplementare  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$ . Fie  $OX$  și  $OY$  bisecătoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$ . Demonstrează că  $OX \perp OY$ .

10p **7** Dacă trei numere naturale au suma egală cu 360 și sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și 5, determină cele trei numere.

10p **8** Fie  $ABC$  un triunghi și  $AM$  ( $M \in BC$ ) mediană. Dacă  $\sphericalangle BMA = 90^\circ$ , demonstrează că triunghiul este isoscel.

UNITATEA

2

# Mulțimea numerelor reale



# Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural

Rădăcina pătrată este utilă pentru inginerii constructori atunci când trebuie să calculeze diferite lungimi.

## Amintește-ți!

**1** Asociază, după model, fiecărui număr de pe prima linie numărul de pe linia a doua care este pătratul său.

4	7	11	13	24	105	123
15 129	169	16	121	11 025	576	49 14

**Model:** Deoarece pătratul numărului 4 este 16, vom scrie (4, 16).

**2** Care dintre numerele următoare sunt pătratele unor numere naturale: 36, 81, 90, 144, 196, 312? Scrie aceste numere pe caiet.



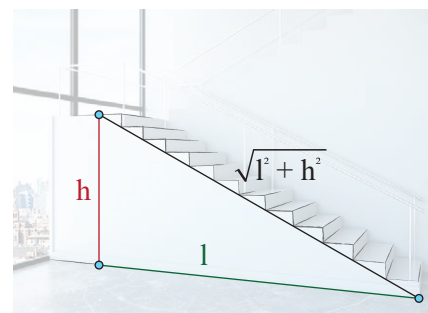
## Important

- Dacă pentru numărul natural  $x$  există un număr natural  $y$  astfel încât  $y^2 = x$ , atunci numărul  $y$  se numește **rădăcina pătrată a numărului  $x$** .
- Notăm  $\sqrt{x} = y$ . Citim: *rădăcina pătrată a lui  $x$  este egală cu  $y$  sau radical din  $x$  este egal cu  $y$* .
- Pentru a afla rădăcina pătrată a unui număr care este pătratul unui număr natural, scriem numărul ca putere cu exponentul 2, folosind descompunerea în factori primi, deoarece  $\sqrt{a^2} = a$ , dacă  $a \geq 0$ .

## Știi că... ?

Simbolul de radical are o poveste interesantă, fiind uneori notat simplu cu R (de la radix - rădăcină, în latină), sau l (de la latus - lungimea laturii unui pătrat), sau doar cu două sau mai multe puncte.

Simbolul de radical așa cum îl folosim astăzi, adică  $\sqrt{\quad}$ , a fost introdus de René Descartes.



## Indiciu

Pătratul unui număr natural  $a$  este  $a^2 = a \cdot a$ .

## Exemple:

- a) Deoarece  $6^2 = 36$ , 6 este rădăcina pătrată a lui 36.
- b) Pentru a calcula  $\sqrt{225}$ , descompunem în factori pe 225.
- $$\begin{aligned}\sqrt{225} &= \sqrt{3^2 \cdot 5^2} = \\ &= \sqrt{(3 \cdot 5)^2} = \sqrt{15^2} = 15.\end{aligned}$$



Figura 1: René Descartes

## Observă și descoperă!

3 Copiază, pe caiet, *Tabelul 1* și *Tabelul 2* și completează căsuțele libere, după model:



$a$	$b$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$\sqrt{a \cdot b}$
4	9	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$	$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$
25	4				
4	16				
36	4				

Tabelul 1



$a$	$b$	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a} : \sqrt{b}$	$\sqrt{a : b}$
16	4	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{16} : \sqrt{4} = 4 : 2 = 2$	$\sqrt{16 : 4} = \sqrt{4} = 2$
36	9				
64	4				
100	25				

Tabelul 2

4 Compară rezultatele din ultimele două coloane, din fiecare dintre cele două tabele, și formulează o concluzie.



## Important

Dacă  $a$  și  $b$  sunt pătratele a două numere naturale, atunci  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$  și  $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$ , pentru  $b \neq 0$ . A doua relație se mai poate scrie și sub forma  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ .

### Justificare:

Dacă  $\sqrt{a} = x$  și  $\sqrt{b} = y$ , atunci  $x^2 = a$  și  $y^2 = b$ . Avem că  $x^2 \cdot y^2 = a \cdot b$  sau  $(x \cdot y)^2 = a \cdot b$  (1).

Dacă  $\sqrt{a \cdot b} = z$ , atunci  $z^2 = a \cdot b$  (2).

Din (1) și (2) obținem  $(x \cdot y)^2 = z^2$ , de unde  $x \cdot y = z$ , adică  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ .

## Exersează!

5 Urmărind pașii din justificarea pentru înmulțire, justifică afirmația:  $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$ .



6 Scrie în dreptul fiecărei afirmații litera **A**, dacă este adevărată sau litera **F**, dacă falsă.

- a) Rădăcina pătrată a numărului 9 este 81.                      c) Rădăcina pătrată a numărului  $8^{100}$  este  $4^{100}$ .  
 b) Rădăcina pătrată a numărului 9 este 3.                      d) Rădăcina pătrată a numărului  $8^6$  este  $8^3$ .

7 Scrie pe caiet numerele: 9, 16, 20, 100, 121, 200, 400 și 1 000. Încercuiește-le pe acelea care sunt pătrate ale unor numere naturale.

8 Copiază pe caiet și unește, prin săgeți, fiecare căsuță de pe prima linie cu căsuța corespunzătoare din a doua linie, astfel încât cele două căsuțe să conțină valori egale.

$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{121}$	$\sqrt{289}$	$\sqrt{324}$	$\sqrt{484}$
------------	------------	------------	-------------	-------------	--------------	--------------	--------------	--------------

22	13	18	11	0	9	8	2	17	1
----	----	----	----	---	---	---	---	----	---

**9** Calculează rădăcina pătrată a următoarelor numere, după model:

- a)  $16 \cdot 9$ ;      b)  $81 \cdot 625$ ;      c)  $5^4 \cdot 17^{10}$ ;      d)  $2020^2 \cdot 2^{2020}$ ;      e)  $22^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6$ ;      f)  $5^6 \cdot 7^4 \cdot 10^8$ .

**Model:** a)  $\sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt{(2^2 \cdot 3)^2} = 2^2 \cdot 3 = 12$ .

**10** Calculează următorii radicali:

- a)  $\sqrt{2025}$ ;      b)  $\sqrt{256}$ ;      c)  $\sqrt{1024}$ ;  
 d)  $\sqrt{3^8}$ ;      e)  $\sqrt{5^8}$ ;      f)  $\sqrt{4^7}$ ;  
 g)  $\sqrt{9^3}$ ;      h)  $\sqrt{6^6 \cdot 3^2}$ ;      i)  $\sqrt{12^4 \cdot 5^8}$ .

Verifică rezultatele obținute cu ajutorul calculatorului, folosind un utilitar de calcul tabelar, de exemplu Excel (Figura 2).

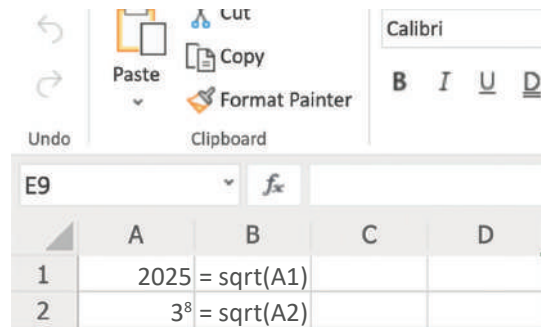


Figura 2: Foaie de lucru în Excel.

**11** Calculează, folosind relația  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$  sau relația  $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$ :

- a)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ ;      b)  $\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$ ;      c)  $\sqrt{1000} : \sqrt{10}$ ;      d)  $\sqrt{6^5} : \sqrt{6^3}$ ;  
 e)  $\sqrt{64} : \sqrt{2^3} : \sqrt{2}$ ;      f)  $\sqrt{5^3} : \sqrt{5}$ ;      g)  $\sqrt{18} : \sqrt{2}$ ;      h)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ .

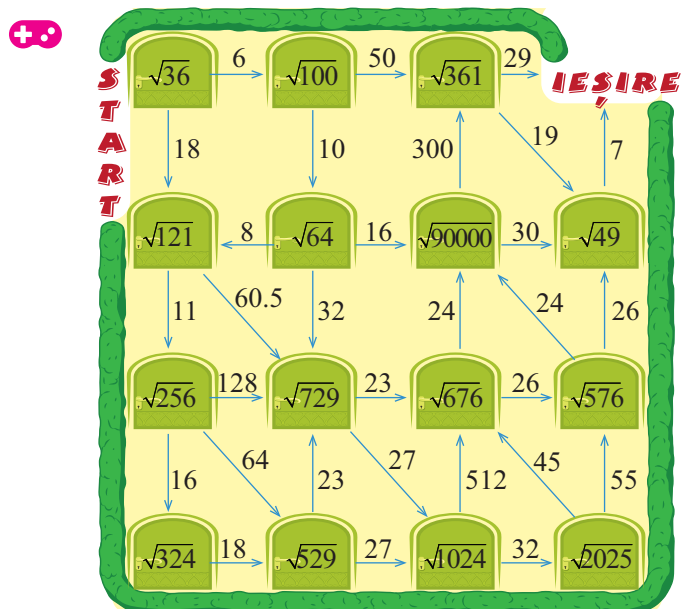
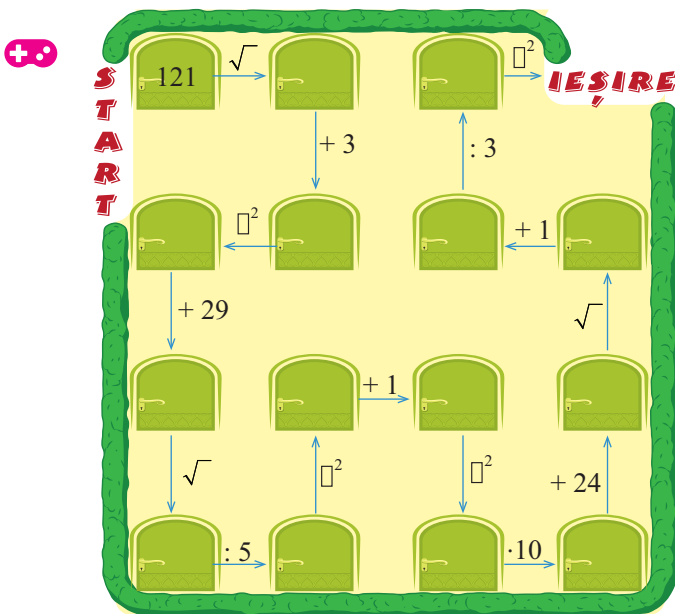
**12** Compară numerele:

- a)  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$  și  $\sqrt{9+16}$ ;      b)  $\sqrt{64} + \sqrt{36}$  și  $\sqrt{64+36}$ ;  
 c)  $\sqrt{25} + \sqrt{144}$  și  $\sqrt{25+144}$ ;      d)  $\sqrt{0} + \sqrt{16}$  și  $\sqrt{0+16}$ .

**13** Stabilește dacă relația  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$  este adevărată pentru orice numere naturale  $a$  și  $b$ . Oferă un exemplu de numere naturale  $a$  și  $b$  pentru care  $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ .

**14** a) Urmărește operațiile și sensul de deplasare, indicate de săgeți, pentru a calcula rezultatele fiecărei porți din labirint.

b) Trasează drumul către ieșirea din labirint, alegând săgețile pe care sunt scrise rezultatele corecte.





## Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional

Un inginer își dorește să obțină o estimare a lungimii ipotenuzei triunghiului dreptunghic din *Figura 3*.

Inginerul calculează mai întâi  $11,25^2 + 15^2$ . Ce rezultat obține? Dacă ai calculat corect, vei obține, precum inginerul, valoarea 351,5625. Pentru a estima valoarea numărului  $\sqrt{351,5625}$ , inginerul observă că  $324 < 351,5625 < 361$ , de unde obține că  $18 < \sqrt{351,5625} < 19$ . Prin urmare, numărul  $\sqrt{351,5625}$  este un număr cuprins între 18 și 19.

În anumite situații, transformarea fracțiilor zecimale finite în fracții ordinare poate conduce la determinarea exactă a radicalului.

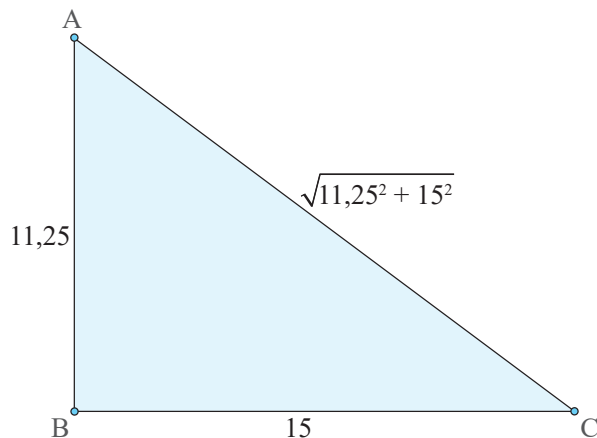


Figura 3

### Amintește-ți!

**1** Transformă următoarele fracții zecimale finite în fracții ordinare, urmărind, eventual, modelul alăturat.

- a) 1,69;                      b) 2,25;                      c) 2,89;  
d) 4,41;                      e) 0,0081;                      f) 0,0121.

**Model:**  $0,57 = \frac{57}{100}$ .

**2** Scrie următoarele fracții sub forma  $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ :

- a)  $\frac{169}{100}$ ;                      b)  $\frac{25}{36}$ ;                      c)  $\frac{9}{25}$ ;                      d)  $\frac{121}{144}$ ;  
e)  $\frac{289}{100}$ ;                      f)  $\frac{441}{100}$ ;                      g)  $\frac{81}{10\,000}$ ;                      h)  $\frac{9}{10\,000}$ .

**Model:**  $\frac{49}{100} = \left(\frac{7}{10}\right)^2$ .



### Important

- Pentru anumite numere raționale  $\frac{p}{q}$ , există numere raționale  $\frac{a}{b}$ , astfel încât  $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{p}{q}$ .

**Exemplu:** Pentru  $\frac{49}{100}$  există numărul rațional  $\frac{7}{10}$ , astfel încât  $\left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100}$ .

- Există numere raționale care nu se pot scrie  $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ , de exemplu  $\frac{1}{2}$  sau numerele negative.
- Dacă pentru numărul rațional  $\frac{p}{q} \geq 0$ , există numărul rațional  $\frac{a}{b} \geq 0$ , astfel încât  $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{p}{q}$ , atunci putem scrie  $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{a}{b}$  și citim: **rădăcina pătrată a numărului  $\frac{p}{q}$  este numărul  $\frac{a}{b}$  sau radical din  $\frac{p}{q}$  este egal cu  $\frac{a}{b}$ .**

- Dacă  $\frac{m}{n} \geq 0$  este un număr rațional pentru care nu există două numere,  $a$  întreg și  $b$  natural nenul, astfel încât  $\frac{m}{n} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$ , atunci putem încadra numărul  $\sqrt{\frac{m}{n}}$  între două numere naturale consecutive.

### Exemple:

- a) Pentru  $\sqrt{3}$ . Numărul 3 se află între pătratele consecutive a două numere naturale: 1, respectiv 4. Dacă  $1 < 3 < 4$ , atunci  $1 < \sqrt{3} < 2$ .
- b) Pentru  $\sqrt{\frac{9}{2}}$ . Avem  $\frac{9}{2} = 4,5$ . Numărul 4,5 se află între pătratele consecutive a două numere naturale: 4, respectiv 9. Dacă  $4 < \frac{9}{2} < 9$ , atunci  $2 < \sqrt{\frac{9}{2}} < 3$ .

### Exersează!

- 3** Asociază, după model, fiecare număr rațional de pe primul rând cu rădăcina pătrată a lui, de pe al doilea rând.

1.  $\frac{4}{25}$

2.  $\frac{1}{10\,000}$

3.  $\frac{3^8}{5^2}$

4.  $\frac{7^{16}}{81}$

a)  $\frac{1}{100}$

b)  $\frac{7^8}{9}$

c)  $\frac{81}{5}$

d)  $\frac{16}{625}$

e)  $\frac{2}{5}$

**Model:** 1.  $\rightarrow$  e) deoarece  $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$ .

### Știi că... ?

Determinarea rădăcinii pătrate era cunoscută încă din antichitate.

- 4** Calculează:

a)  $\sqrt{\frac{16}{49}}$ ;

b)  $\sqrt{\frac{1}{121}}$ ;

c)  $\sqrt{\frac{64}{169}}$ ;

d)  $\sqrt{\frac{100}{49}}$ ;

e)  $\sqrt{\frac{144}{361}}$ ;

f)  $\sqrt{\frac{1}{400}}$ ;

g)  $\sqrt{\frac{225}{16}}$ ;

h)  $\sqrt{\frac{49}{900}}$ ;

i)  $\sqrt{\frac{1\,600}{81}}$ ;

j)  $\sqrt{\frac{9}{196}}$ .

- 5** Încadrează între două numere naturale consecutive, după model, următoarele numere:

a)  $\sqrt{5}$ ;

b)  $\sqrt{8}$ ;

c)  $\sqrt{23}$ ;

d)  $\sqrt{50}$ ;

e)  $\sqrt{99}$ ;

f)  $\sqrt{173}$ ;

g)  $\sqrt{2,5}$ ;

h)  $\sqrt{16,25}$ .

**Model:**  $4 < 5 < 9$  implică  $2 < \sqrt{5} < 3$ .

- 6** Încadrează numerele date între două numere naturale consecutive:

a)  $\sqrt{6}$ ;

b)  $\sqrt{111}$ ;

c)  $\sqrt{28}$ ;

d)  $\sqrt{32}$ ;

e)  $\sqrt{\frac{74}{5}}$ ;

f)  $\sqrt{\frac{81}{2}}$ ;

g)  $\sqrt{405,23}$ ;

h)  $\sqrt{\frac{1}{325}}$ ;

i)  $\sqrt{\frac{85}{4}}$ ;

j)  $\sqrt{\frac{1\,234}{100}}$ .

**7** Pentru a pune încă o ancoră stâlpului din *Figura 4* inginerul calculează și găsește că lungimea ancorei trebuie să fie  $\sqrt{107}$  metri. Îi ajung 10 metri de sârmă pentru realizarea ancorei? Justifică răspunsul dat.



Figura 4: Stâlp ancorat

**8** Calculează, scriind mai întâi fracția zecimală sub formă de fracție ordinară, după model:

- a)  $\sqrt{2,25}$ ;                      b)  $\sqrt{0,16}$ ;                      c)  $\sqrt{1,44}$ ;  
d)  $\sqrt{0,49}$ ;                      e)  $\sqrt{0,09}$ ;                      f)  $\sqrt{0,0625}$ .

**Model:**  $\sqrt{2,25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{100}} = \frac{15}{10} = 1,5$ .

**9** Calculează:

- a)  $\sqrt{\frac{5^4}{7^2}}$ ;                      b)  $\sqrt{\frac{1}{38}}$ ;                      c)  $\sqrt{\frac{10^6}{2^{10}}}$ ;  
d)  $\sqrt{\frac{7^2}{3^6}}$ ;                      e)  $\sqrt{\frac{8^4}{5^6}}$ ;                      f)  $\sqrt{\frac{2^{12}}{3^{10}}}$ .

**10** Scrie în dreptul fiecărei afirmații litera **A**, dacă afirmația este adevărată, sau litera **F**, dacă este falsă.

- a)  $2 < \sqrt{6} < 3$ ;                      b)  $4 < \sqrt{11}$ ;                      c)  $15 < \sqrt{250}$ ;  
d)  $12 < \sqrt{150} < 13$ ;                      e)  $17 < \sqrt{300} < 18$ ;                      f)  $50 < \sqrt{1000}$ .

## Portofoliu

**11** În acvariul din *Figura 5* cea mai mare lungime o are segmentul  $AB$  și este egală cu  $\sqrt{47}$  cm. Poți introduce în acest acvariu o tijă metalică cu lungimea de 7,3 cm? Justifică răspunsul dat.

## Organizarea portofoliului

**Ce vei face?**

– Un portofoliu.

**Când vei face?**

– Pe măsură ce parcurgi unitățile de învățare.

**Cum vei face?**

– Vei aduna diferite lucrări realizate în cadrul activităților.

– Unele lucrări îți vor fi propuse de profesoara/profesorul tău.

– Unele lucrări vor fi marcate în manual cu eticheta **Portofoliu**.

– Alte lucrări vor fi alese de tine.

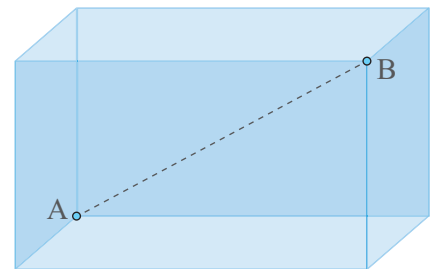


Figura 5: Acvariu

**12** Pentru a afla cum să îți organizezi portofoliul, accesează manualul digital.