

Ministerul Educației și Cercetării

Mihaela Singer
(coordonator)

Cristian Voica

Sorin Borodi

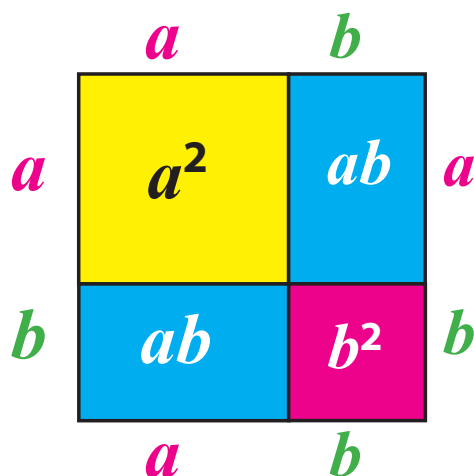
Emilia Iancu

Maria Popescu

Marcel Stan

MATEMATICĂ

Manual pentru clasa a VIII-a



Competențe generale și specifice

Manualul de matematică pentru clasa a VIII-a contribuie la formarea următoarelor competențe:

Competențe generale:

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar;
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale;
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice;
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată;
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date;
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii.

Competențe specifice:

- | | |
|--|--|
| <ol style="list-style-type: none">1.1. Recunoașterea apartenenței unui număr real la o mulțime;1.2. Identificarea componentelor unei expresii algebrice;1.3. Identificarea unor dependențe funcționale în diferite situații date;1.4. Identificarea unor figuri plane sau a unor elemente caracteristice acestora în configurații spațiale date;1.5. Identificarea corpurilor geometrice și a elementelor metrice necesare pentru calcularea ariei sau a volumului acestora;2.1. Efectuarea unor operații cu intervale numerice reprezentate pe axa numerelor sau cu mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei;2.2. Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale exprimate prin litere;2.3. Descrierea unei dependențe funcționale într-o situație dată, folosind diagrame, tabele sau formule;2.4. Reprezentarea, prin desen sau prin modele, a unor configurații spațiale date;2.5. Prelucrarea unor date caracteristice ale corpurilor geometrice studiate în vederea calculării unor elemente ale acestora;3.1. Utilizarea unor procedee matematice pentru operații cu intervale și rezolvarea inecuațiilor în \mathbb{R};3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor;3.3. Reprezentarea în diverse moduri a unor funcții cu scopul caracterizării acestora;3.4. Folosirea unor proprietăți de paralelism sau perpendicularitate pentru analiza pozițiilor relative ale dreptelor și planelor;3.5. Alegerea metodei adecvate pentru calcularea unor caracteristici numerice ale corpurilor geometrice. | <ol style="list-style-type: none">4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunilor de mulțime, de interval numeric și de inecuații;4.2. Exprimarea matematică a unor situații concrete prin calcul algebric;4.3. Utilizarea unui limbaj specific pentru formularea unor opinii referitoare la diferite dependențe funcționale;4.4. Descrierea în limbaj matematic a elementelor unei configurații geometrice;4.5. Utilizarea unor termeni și expresii specifice pentru descrierea proprietăților figurilor și corpurilor geometrice;5.1. Interpretarea unei situații date utilizând intervale și inecuații;5.2. Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebric;5.3. Analizarea unor funcții în context intra și interdisciplinar;5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea descrierii unor configurații spațiale și a calculării unor elemente metrice;5.5. Analizarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică spațială să verifice anumite cerințe date;6.1. Rezolvarea unor situații date, utilizând intervale numerice sau inecuații;6.2. Interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea ecuațiilor sau a formulelor de calcul prescurtat;6.3. Modelarea cu ajutorul funcțiilor a unor fenomene din viața reală;6.4. Modelarea unor situații practice în limbaj geometric, utilizând configurații spațiale;6.5. Interpretarea informațiilor referitoare la distanțe, arii și volume după modelarea printr-o configurație spațială a unei situații date din cotidian. |
|--|--|

Le dorim profesorilor mult succes, iar elevilor, să parcurgă acest manual cu interes, plăcere și încredere, iar competențele dobândite în clasa a VIII-a să le fie de folos în întreaga lor carieră!

Cuprins

Cum lucrezi cu manualul?.....	6-7
Recapitulare prin probleme.....	8-11

UNITATEA 1: MULTIMI DE NUMERE REALE. INTERVALE

1.1. 2.1. 3.1.
4.1. 5.1. 6.1.

Proiect: <i>Construcții</i> . Test inițial.....	12-13
1. Mulțimi de numere. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor lor.....	14-16
2. Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor.....	17-19
3. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor.....	20-22
4. Operații cu intervale de numere reale.....	23-25
5. Inecuații de forma $ax + b > 0$ ($\leq, <, \geq$), unde a și b sunt numere reale.....	26-28
6. Inecuații reducibile la forma $ax + b > 0$ ($\leq, <, \geq$), cu $a, b \in \mathbb{R}$	29-31
Recapitulăm prin probleme. Teste sumative.....	32-33

UNITATEA 2: CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R} . OPERAȚII CU NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE. REZOLVĂRI DE ECUAȚII

1.2. 2.2. 3.2.
4.2. 5.2. 6.2.

Proiect: <i>Alegebră... geometrică</i> . Test inițial.....	34-35
1. Folosirea literelor în calcule.....	36-37
2. Adunarea, scăderea și înmulțirea numerelor reale reprezentate prin litere.....	38-41
3. Ridicarea la putere și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere.....	42-44
4. Ordinea efectuării operațiilor în exerciții cu numere reale exprimate prin litere.....	45-47
5. Calcul prescurtat. Formule pătratice.....	48-49
6. Formule de calcul prescurtat. Produsul de sumă prin diferență.....	50-51
7. Descompunerea în factori. Factor comun.....	52-53
8. Descompunerea în factori. Formule de calcul prescurtat.....	54-55
9. Ecuatii de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere reale, $a \neq 0$	56-57
10. Rezolvarea ecuațiilor de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere reale, $a \neq 0$	58-60
Recapitulăm prin probleme. Teste sumative.....	61-63

UNITATEA 3: CALCUL ALGEBRIC ÎN \mathbb{R} . FRAȚII ALGEBRICE. REZOLVĂRI DE ECUAȚII

1.2. 2.2. 3.2.
4.2. 5.2. 6.2.

Proiect: <i>Ecuatii, algoritmi și scheme logice</i> . Test inițial.....	64-65
1. Frații algebrice. Amplificarea și simplificarea fracțiilor algebrice.....	66-67
2. Adunarea și scăderea fracțiilor algebrice.....	68-69
3. Înmulțirea, împărțirea și ridicarea la putere a fracțiilor algebrice.....	70-71
4. Expresii algebrice raționale. Ordinea efectuării operațiilor.....	72-74
5. Ecuatii reducibile la ecuații de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere reale.....	75-76
6. Aplicații ale ecuațiilor de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b, c sunt numere reale.....	77-79
Recapitulăm prin probleme. Teste sumative.....	80-81

UNITATEA 4: FUNȚII ȘI ELEMENTE DE STATISTICĂ

1.3. 2.3. 3.3.
4.3. 5.3. 6.3.

Proiect: <i>Turism și reprezentări</i> . Test inițial.....	82-83
1. Ce înțelegem printr-o funcție?.....	84-85
2. Graficul unei funcții.....	86-87
3. Funcții de forma $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, cu $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$ și D o mulțime finită, $D \subset \mathbb{R}$	88-89
4. Funcții de forma $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, cu $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$	90-91
5. Funcții de forma $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, cu $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}$, unde D este un interval. Interpretare geometrică.....	92-94
6. Lecturi grafice.....	95-97
7. Interpretarea datelor statistice. Frecvențe.....	98-100
8. Interpretarea datelor statistice. Indicatori ai tendinței centrale.....	101-103
Recapitulăm prin probleme. Teste sumative.....	104-105

UNITATEA 5: PUNCTE, DREPTE, PLANE, CORPURI GEOMETRICE. POZIȚII RELATIVE	Proiect: <i>De la plan la spațiu</i> . Test inițial.....	106-107
	1. Puncte, drepte, plane: convenții de desen și notații.....	108-109
	2. Determinarea dreptei. Determinarea planului.....	110-111
	3. Piramida: reprezentare, elemente, desfășurări.....	112-113
	4. Pozițiile relative a două drepte în spațiu.....	114-115
	5. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan.....	116-118
	6. Pozițiile relative a două plane în spațiu. Teoreme de paralelism.....	119-121
	7. Prisma: reprezentare, elemente, desfășurări.....	122-124
	8. Secțiuni paralele cu baza în corpuri geometrice. Trunchiul de piramidă.....	125-127
Recapitulăm prin probleme. Teste sumative.....	128-129	

1.4. 2.4. 3.4.
4.4. 5.4. 6.4.

UNITATEA 6: PERPENDICULARITATE ÎN SPAȚIU	Proiect: <i>Paralelism și perpendicularitate</i> . Test inițial.....	130-131
	1. Măsura unghiului a două drepte în spațiu.....	132-133
	2. Dreapta perpendiculară pe plan. Distanța de la un punct la un plan.....	134-136
	3. Înălțimea piramidei.....	137-138
	4. Distanța dintre două plane paralele. Înălțimea prisme. Prisma dreaptă.....	139-140
	5. Cilindrul circular drept, conul, trunchiul de con: reprezentare, elemente, secțiuni paralele cu baza.....	141-142
	6. Proiecții ortogonale de puncte, de segmente și de drepte pe un plan.....	143-145
	7. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Lungimea proiecției unui segment.....	146-147
	8. Diedru. Unghi plan corespunzător unui diedru.....	148-150
	9. Unghiul a două plane.....	151-152
	10. Plane perpendiculare.....	153-155
	11. Teorema celor trei perpendiculare.....	156-158
	12. Calcularea unor distanțe în spațiu.....	159-161
Recapitulăm prin probleme. Teste sumative.....	162-163	

1.4. 2.4. 3.4.
4.4. 5.4. 6.4.

UNITATEA 7: ARII ȘI VOLUME ALE POLIEDRELOR	Proiect: <i>Geometria în viața de zi-cu-zi</i> . Test inițial.....	164-165
	1. Măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate.....	166-169
	2. Distanțe pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate.....	170-172
	3. Aria și volum pentru cub și paralelipiped dreptunghic.....	173-174
	4. Aria și volumul prismelor.....	175-177
	5. Aria și volumul piramidei triunghiulare regulate.....	178-180
	6. Aria și volumul piramidelor regulate patrulatere și hexagonale.....	181-183
	7. Aria și volumul trunchiului de piramidă regulată.....	184-186
Recapitulăm prin probleme. Teste sumative.....	187-189	

1.4. 2.4. 3.4.
4.4. 5.4. 6.4.

UNITATEA 8: ARII ȘI VOLUME ALE CORPURILOR ROTUNDE	Proiect: <i>Planete și proporții</i> . Test inițial.....	190-191
	1. Cilindrul circular drept: volum, arii, secțiuni.....	192-194
	2. Conul circular drept: volum, arii, secțiuni.....	195-197
	3. Trunchiul de con circular drept: volum, arii, secțiuni.....	198-200
	4. Sfera: arie, volum.....	201-203
Recapitulăm prin probleme. Teste sumative.....	204-205	

1.5. 2.5. 3.5.
4.5. 5.5. 6.5.

TESTE DE ANTRENAMENT PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ.....	206-215
INDICAȚII DE REZOLVARE ȘI RĂSPUNSURI.....	216-224

Cum lucrezi cu manualul?

Manualul conține opt unități de învățare organizate conform programei școlare. La acestea se adaugă o unitate inițială, dedicată recapitulării din clasele a V-a – a VII-a, ce te ajută să organizezi un portofoliu care îți va permite pregătirea eficientă pentru *Evaluarea națională*. Apoi, fiecare unitate de învățare cuprinde: un proiect, teste de evaluare inițială, lecții de predare-învățare, investigații, probleme recapitulative, sinteza unității cu temele esențiale pentru portofoliu și teste de evaluare finală. La finalul manualului, vei întâlni teste de evaluare de tipul celor de la Evaluarea Națională.

Pagina de început a fiecărei unități de învățare prezintă un **proiect** de realizat pe parcursul unității, precum și o **probă de autoevaluare** pentru a vedea ce știi din ceea ce va fi necesar în noua unitate.

Situația-problemă și rezolvarea ei îți arată cum se modelează matematic probleme din cotidian sau din alte domenii, folosind noile cunoștințe din lecție. Totodată, situația-problemă te conduce să înțelegi la ce sunt utile noile informații.

Etapile proiectului

Unitatea de învățare 1 Mulțimi de numere reale. Intervaie

Proiect: Construcții

Plan de lucru

- Scop: Vei realiza o mini-culegere de probleme referitoare la arhitectură și construcții.
- Materiale necesare: coli de hârtie, creioane, calculator.

Realizarea proiectului

Lucrați în echipe de trei, patru sau cinci colegi!

- Pentru problemele marcate cu simbolul de proiect în cadrul unității, propuneți și rezolvați o problemă asemănătoare, pe care puteți să o includeți în mini-culegere.
- Căutați pe Internet date despre construcții recente din țara noastră. Comparați dimensiuni sau rezolvați.
- Identificați în diverse surse (manual, culegeri), sau propuneți voi probleme despre diverse construcții. Rezolvați problemele.

Pentru început:

- Rezolvați problemele care urmează.

1. O macară a fost proiectată să transporte panouri de beton armat de formă paralelipipedică având dimensiunile maxime de $4\text{ m} \times 3\text{ m} \times 20\text{ cm}$ și masa maximă de $0,5\text{ t}$. Dintr-o panoulă cu parametri menționați mai jos pot fi transportate?

a) $300\text{ cm} \times 300\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, masa: 500 kg ;
 b) $300\text{ cm} \times 390\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, masa: 500 kg ;
 c) $300\text{ cm} \times 390\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, masa: 600 kg ;
 d) $300\text{ cm} \times 400\text{ cm} \times 40\text{ cm}$, masa: 550 kg .

2. Fiecare dintre cele 8 lifturi ale unui zgârie-nori are o capacitate maximă de 1000 kg , iar un lift care pleacă de la parter ajunge la etajul 30 în 2 minute și tot în 2 minute coboară de la etajul 30 la parter. În cât timp pot ajunge la etajul 30 cei 500 de oameni care lucrează acolo? Gândeți-vă la o distribuție optimă de timp și luați în calcul o masă medie de 80 kg a unei persoane. Justificați de ce distribuția pe care ați găsit-o este optimă.

Propuneți și voi alte probleme de același fel, folosind informațiile din imaginile de mai sus, despre Sky Tower și despre Podul Basarab.

Interacționați în echipa voastră, realizați mini-culegere de probleme, apoi prezentați în clasă câteva probleme propuse și rezolvate din culegere.

Autoevaluare

✓ Rezolvă problemele și bifează răspunsurile corecte, pentru a verifica ce știi la început de unitate de învățare.

1. Prin efectuarea înmulțirii $3,5 \cdot 1,3$ obținem
 A) 3,25 B) 2,25 C) 2,5 D) 3,8

2. Rezultatul calculului $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ este:
 A) $\frac{8}{10}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{10}{6}$ D) $1\frac{3}{4}$

3. Numărul întreg a pentru care $a < \sqrt{8} - 1 < 2a$ este:
 A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

4. Dintre numerele: $3,6$; $\frac{11}{3}$; $\sqrt{13}$; $3\frac{1}{2}$, cel mai mare este:
 A) 3,6 B) $\frac{11}{3}$ C) $\sqrt{13}$ D) $3\frac{1}{2}$

5. Reuniunea mulțimilor $A = \{-1; 0; 1; 3\}$ și $B = \{-2; 0; 3\}$ este:
 A) $\{0; 3\}$ B) $\{0\}$ C) $\{3; 1; -2; 0; -1\}$
 D) $\{-2; 0; 3; -1\}$

Test de autoevaluare

În fiecare lecție, te întâmpină o provocare: o situație-problemă, care te conduce către scopul lecției. Apoi, vei întâlni definiții/enunțuri/ demonstrații, rezolvarea situației-problemă, elemente de gândire critică, precum și probleme rezolvate sau rezolvări comparative.

Pe parcursul fiecărei unități de învățare, **evaluarea** se realizează prin:

- ✓ **Test de autoevaluare și Test inițial** – situate la începutul fiecărei unități, pentru a verifica gradul de cunoaștere a unor concepte și rezultate anterioare, necesare pentru fixarea noilor cunoștințe;
- ✓ **Teste de evaluare a nivelului de bază** – sunt prezente la fiecare lecție, pentru a asigura fixarea noțiunilor învățate;
- ✓ **Teste de (auto-) evaluare formativă** – sunt prezente în fiecare lecție, sub titlul "Alege și rezolvă în 5 minute!" și conțin trei probleme de niveluri diferite de dificultate;
- ✓ **Teste de evaluare sumativă** – verifică gradul de formare/dezvoltare a competențelor vizate în cadrul unității de învățare;
- ✓ **Proiect și portofoliu.**

Lecția 1 Mulțimi de numere. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor lor

O situație-problemă

Codul de deblocare a telefonului are 4 cifre. Ana îl schimbă periodic după aceeași regulă: alătură două numere prime consecutive de câte două cifre. Cum putem descrie mulțimea acestor coduri? Este 3743 un cod convenabil? Dacă Ana a folosit deja 14 astfel de coduri, câte variante de schimbare mai are?

Vrem să știm! Cum determinăm o mulțime definită printr-o proprietate a elementelor ei?

Ne amintim și întindem!

1. **Ce notații folosim referitor la mulțimi?**

O **mulțime** este o colecție de obiecte bine determinate și distincte, ce se numesc **elementele** mulțimii. În descrierea mulțimilor, folosim următoarele notații:

Notăm	Citim	Exemplificăm
$x \in A$	Elementul x aparține mulțimii A .	$3 \in \{3; 5; 7\}$; $-5 \in \{-6; -5; 1; 2\}$
$x \notin A$	Elementul x nu aparține mulțimii A .	$9 \notin \{-2; 3; 11\}$; $-5 \notin \{1; 2; 3\}$
\emptyset	Mulțimea vidă	Mulțimea florilor de pe planeta Jupiter este vidă.
$\text{card}(A)$	Cardinalul mulțimii A (sau numărul de elemente ale mulțimii A)	Mulțimea $A = \{1; 5; 7\}$ este finită, iar $\text{card}(A) = 3$.

2. **Cum descriem (caracterizăm) o mulțime?**

O mulțime poate fi descrisă prin:

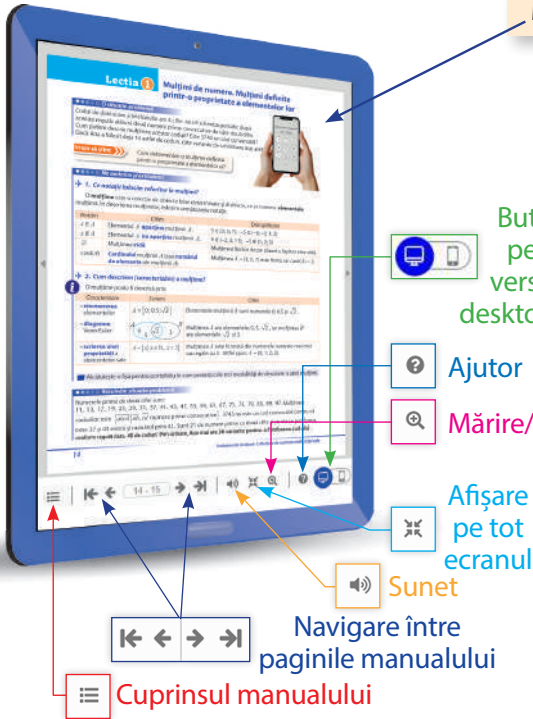
Caracterizăm elementelor	Scriem	Citim
enumerarea elementelor	$A = \{0; 0,5; \sqrt{2}\}$	Elementele mulțimii A sunt numerele $0; 0,5$ și $\sqrt{2}$.
diagrame Venn-Euler		Mulțimea A are elementele $0; 5; \sqrt{2}$, iar mulțimea B are elementele $\sqrt{2}$ și 3 .
scrierea unei proprietăți a elementelor sale	$A = \{x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$	Mulțimea A este formată din numerele naturale mai mici sau egale cu 3. Altfel spus: $A = \{0; 1; 2; 3\}$.

Alcătuiește o fișă pentru portofoliu în care prezinți cele trei modalități de descriere a unei mulțimi.

Rezolvăm situația-problemă

Numerale prime de două cifre sunt: 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Mulțimea codurilor este $\{abc| ab, cd \text{ numere prime consecutive}\}$. 3743 nu este un cod convenabil pentru că între 37 și 43 există și numărul prim 41. Sunt 21 de numere prime cu două cifre și cu ele se pot forma, conform regulii date, 40 de coduri. Prin urmare, Ana mai are 26 variante pentru schimbarea codului.

Manualul digital



Butoane pentru versiunea desktop/mobil

Ajutor

Mărire/micșorare

Afișare pe tot ecranul

Sunet

Navigare între paginile manualului

Cuprinsul manualului

Activitățile multimedia din varianta electronică a manualului sunt marcate astfel:



– activitate statică



– activitate dinamică (animată)



– activitate interactivă

- Pagina de final a fiecărei unități conține o sinteză asupra a ceea ce ai învățat de-a lungul unității; cu ajutorul acesteia, poți organiza piesele din portofoliu cu maximă eficiență.
- Rezolvarea celor două teste de evaluare sumativă îți indică în ce măsură ți-ai format competențele vizate în unitate.

Probleme propuse

1. Alege răspunsul corect!
Cutia din imagine are forma unui cub. Care dintre următoarele ar putea fi capacul cutiei?
A) B) C) D)
2. Adevărat sau fals?
Cubul este o prismă patrulateră regulată.
3. a) Câte muchii are o prismă cu 6 fețe?
b) Câte fețe are o prismă cu 18 muchii?
c) Câte vârfuri are o prismă cu 9 muchii?
4. Desenează și notează o prismă hexagonală. Identifică două piramide patrulaterale, determinate de vârfuri ale acestei prisme.
5. ****** ABCDA'B'C'D' este un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 6$ cm, $BC = 12$ cm și $AA' = 6\sqrt{3}$ cm. Arată că BCD'A' este romb.
6. Demonstrează că diagonalele AG, BH, CE, DF ale paralelipipedului ABCDEFGH sunt patru drepte concurente. Ce proprietate mai are punctul lor de intersecție?
7. Fie ABCDEFGH un cub.
a) Demonstrează că A, C, F, H sunt vârfurile unui tetraedru regulat.
b) Identifică un alt tetraedru regulat, care are vârfurile în vârfurile cubului.
c) D
d) P
8. Fie ABCDEFGH un paralelipiped dreptunghic și O centrul dreptunghiului ABCD.
a) Determină intersecția planelor (AHP) și (DBH).
b) Găsește poziția punctului M, în care dreapta DH intersectează planul (ACF).
c) Demonstrează că D este mijlocul segmentului HM.
d) Determină punctele N și P, astfel încât $(N) = HG \cap (ACF)$ și $(P) = HE \cap (ACF)$.
9. ******* Adevărat sau fals?
Triunghiurile ACF și MNP au același centru de greutate.
10. ******** În cubul ABCDEFGH, demonstrează că mijloacele muchiilor AB, BC, CG, GH, HE, EA sunt șase puncte coplanare, care determină un hexagon regulat.
11. Demonstrează că, dacă în paralelipipedul ALGEBRIC toate cele 12 diagonale ale fețelor sunt congruente între ele, atunci acest paralelipiped este un cub.

Probleme propuse, cu grade diferite de dificultate

Nr. fete (f)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Nr. muchii (m)					
Nr. vârfuri (v)					

b) Folosește datele din tabel și calculează, în fiecare caz: $f + m + v$; $f - m + v$; $f + m - v$.
Ce observi? Formulează o proprietate generală, apoi verifică afirmația pentru un alt corp geometric.

Alege și rezolvă în 5 minute!

A Suma lungimilor muchiilor unui cub este egală cu 24 dm. Calculează lungimea muchiei cubului.

B Dacă ABCA'B'C' este o prismă, stabilește poziția dreptei A'B' față de planul ABC și justifică răspunsul tău.

C O prismă are fețele laterale reprezentate de șase pătrate cu latura de 5 cm. Calculează suma lungimilor tuturor muchiilor prisme.

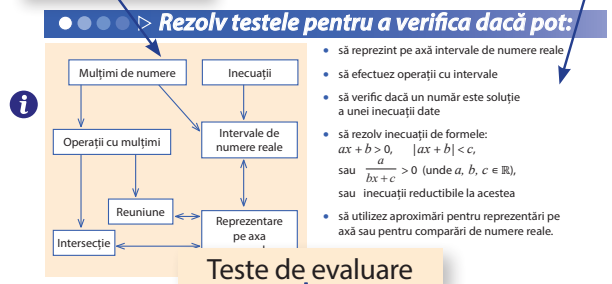
Unitatea de învățare 5: Puncte, drepte, plane, corpuri geometrice. Poziții relative

124

Probă de evaluare formativă

Sinteză/ hartă conceptuală

Competențele vizate



Teste de evaluare

Utilizează schema de mai sus și adaugă în portofoliu elementele esențiale din lecțiile unității 1, referitoare la conceptele menționate.

Testul 1

1. Desenează o axă a numerelor, apoi reprezintă pe aceasta intervalele $(-1; 2)$ și $[3; +\infty)$.

2. Folosește reprezentarea pe axă și determină $(-1; 3) \cap (-1; 3)$.

3. Alege răspunsul corect!
Numărul -2 este soluție a inecuației:
A) $x + 3 \leq 0$;
B) $|3x - 1| < 3$;
C) $x + 3 \geq 2x$;
D) $\frac{1}{x+5} < 0$.

4. Rezolvă inecuația: $\frac{x+1}{2} \geq \frac{x}{3} - 1$.

5. Pe axa numerelor din imagine sunt marcate prin culoare intervalele $(-\infty; -1]$ și $(1; +\infty)$.

Pe axă nu este marcată originea și nici unitatea de măsură. Copiază desenul pe caiet, apoi reprezintă pe axă intervalul $(-2; 0)$.

Testul 2

1. Desenează o axă a numerelor, apoi reprezintă pe aceasta intervalele $[0; 1]$ și $(-\infty; -1)$.

2. Folosește reprezentarea pe axă și determină $[1; 3) \cap (-1; 2]$.

3. Scrie pe caietul tău coduri de tipul **A**, prin care asociezi inecuațiile din prima linie cu soluțiile lor din a doua linie:
1 $2x - 2 \geq x$; **2** $\frac{1}{2x + \sqrt{2}} < 0$; **3** $|x + 1| \leq 2$.
A. -4 B. 0 C. 2 D. 1,5

4. Rezolvă inecuația: $x - \frac{1}{2} < \frac{x+1}{3}$.

5. Pe axa numerelor din imagine sunt marcate prin culoare intervalele $(-\infty; -2]$ și $(0; +\infty)$.

Pe axă nu este marcată originea și nici unitatea de măsură. Copiază desenul pe caiet, apoi reprezintă pe axă intervalul $(-1; 1)$.

Unitatea de învățare 1: Mulțimi de numere reale. Intervale

33

La fiecare lecție, sunt propuse exerciții și probleme ce se pot rezolva în clasă sau acasă. Acestea sunt grupate pe patru niveluri de dificultate.

Mult succes!

Recapitulare prin probleme

**Mulțimi.
Operații
cu mulțimi**

- Pentru fiecare din următoarele cazuri, efectuează:
 $A \cup B$; $A \cap C$; $(B \cup C) \cap A$; $B \setminus (A \cup C)$.
a) $A = \{1; 3\}$; $B = \{-1; 2; 3\}$; $C = \{-2; 2\}$; **b)** $A = \{0; 1; 2\}$, $B = \{2\}$; $C = \{-2; 2\}$
- Adevărat sau fals? **a)** $3 \in \mathbb{Z}$; **b)** $2,5 \in \mathbb{Q}$; **c)** $\sqrt{4} \notin \mathbb{N}$; **d)** $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$; **e)** $-\frac{3}{4} \notin \mathbb{Q}$
- Fie mulțimea $A = \left\{-9; 0,5; \sqrt{2}; \frac{4}{5}; 4; \frac{11}{3}; -3; \sqrt{121}; 1,(2); -\frac{4}{3}; \frac{20}{4}\right\}$.
Determină mulțimile: **a)** $A \cap \mathbb{N}$; **b)** $A \cap \mathbb{Z}$; **c)** $A \cap \mathbb{Q}$; **d)** $A \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$.

**Numere naturale;
numere întregi.
Operații.
Divizibilitate**

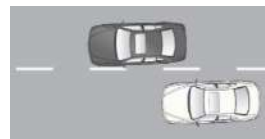
- Calculază: **a)** $-2 - (-5)$; **b)** $(-2) \cdot (-5)$; **c)** $3 - (-2 + 3)$; **d)** $(-3)^2$; **e)** $(-5) \cdot 2 + (-3) \cdot (-4)$.
- Alege răspunsul corect! Descompunerea ca produs de factori primi a numărului 108 este: **A)** $4 \cdot 27$ **B)** $2^2 \cdot 3^3$ **C)** $2^3 \cdot 3^2$ **D)** $2 \cdot 54$
- Calculază: **a)** cel mai mare divizor comun al numerelor 144 și 180;
b) cel mai mic multiplu comun al numerelor 36 și 48.
- Determină cifrele a și b , dacă: **a)** $\overline{ab4} : 9$ și $a > b$; **b)** $\overline{2ab} : 15$ și $a < b$.
- Determină toate numerele întregi n , diferite de 1, pentru care $\frac{2n+1}{n-1}$ este număr întreg.

**Numere raționale.
Forme de scriere.
Operații**

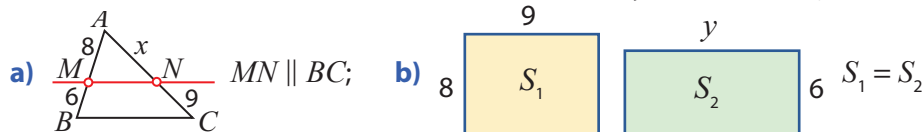
- Scrive ca fracție ireductibilă: **a)** $\frac{135}{90}$; **b)** $\frac{208}{176}$; **c)** $-\frac{200}{360}$; **d)** $\frac{190}{380}$; **e)** $-\frac{268}{-804}$.
- Calculază:
a) $4 + 4 \cdot 2$; **b)** $28 - 24 : 4$; **c)** $2,5 : 2 + 32$; **d)** $\frac{5}{24} + \left(-\frac{2}{24}\right) + \left(-\frac{5}{18}\right)$;
e) $\left(-\frac{2}{3} - \frac{4}{3} \cdot 0,25\right) : \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{32} : \frac{7}{6}\right)$; **f)** $\left\{\left[\left(-\frac{5}{4}\right)^3\right]^{-1} : \left(-\frac{16}{25}\right)^{-15}\right\} : \frac{125}{64}$.
- Calculază: **a)** $2,35 + 1,4$; **b)** $5,2 - 4,38$; **c)** $2,4 \cdot 1,25$; **d)** $4,5 : 2,5$; **e)** $(-1,2)^3$.

**Rapoarte și
proportii.
Proportionalitate
directă și inversă**

- Două autoturisme pornesc în același timp din localitatea A și circulă către localitatea B cu vitezele 60 km/h, respectiv 70 km/h. Unul dintre autoturisme ajunge cu 15 minute înaintea celui alt în localitatea B . Determină distanța dintre localitățile A și B .



- Calculază numerele necunoscute: **a)** $\frac{6}{15} = \frac{x}{25}$; **b)** $\frac{x}{21} = \frac{-10}{35}$; **c)** $\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$.
- Determină mărimile necunoscute, folosind informațiile notate mai jos.



**Procente.
Probabilități.
Medii**

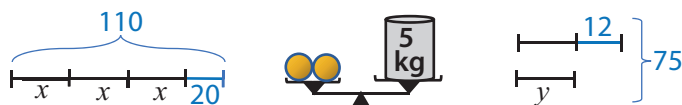
- După două creșteri consecutive, prima de 12% și a doua de 10%, prețul unui obiect a devenit 125,40 lei. Determină prețul inițial.
- Determină două numere care au media aritmetică ponderată, cu ponderile 4 și 6, egală cu 42 și sunt direct proporționale cu 3 și 5.
- Calculază probabilitatea ca, alegând un număr natural de o cifră, acesta să fie pătrat perfect.

Numere reale. Modul

18. Calculează: **a)** $\sqrt{3^2 \cdot 4^2}$; **b)** $\sqrt{3^2 + 4^2}$; **c)** $\sqrt{12^2 \cdot 5^2}$; **d)** $\sqrt{12^2 + 5^2}$; **e)** $\sqrt{15^2 - 12^2}$.
19. Compară: **a)** $2\sqrt{3}$ cu $3\sqrt{2}$; **b)** $2\sqrt{5}$ cu 5; **c)** 6 cu $2\sqrt{7}$; **d)** $5\sqrt{2}$ cu $3\sqrt{5}$.
20. Alege răspunsul corect! Dacă $a = (\sqrt{3})^7 : (-\sqrt{3})^4 + 3(-\sqrt{3})^3 \cdot (-\sqrt{3})^{-2}$, atunci:
A) $a = 0$ **B)** $a = 3$ **C)** $a = -3$ **D)** $a = 3\sqrt{3}$
21. Calculează: **a)** $|-2|$; **b)** $|-2 - \sqrt{2}|$; **c)** $|-2 + \sqrt{6}|$; **d)** $|\sqrt{13} - 2\sqrt{3}|$; **e)** $|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}|$.

Ecuții. Inecuații. Sisteme

22. Scrie ecuația potrivită fiecărui desen, apoi determină numerele necunoscute.



23. Determină $n \in \mathbb{N}$ pentru care:

a) $\frac{5}{12} < \frac{n}{6} < \frac{11}{12}$; **b)** $\frac{1}{4} < \frac{n+1}{12} < \frac{4}{6}$; **c)** $\frac{4}{6} < \frac{12}{n} < \frac{9}{5}$; **d)** $\frac{30}{17} < \frac{10}{n-1} < \frac{5}{2}$.

24. Rezolvă în \mathbb{R} ecuațiile: **a)** $x^2 = 36$; **b)** $x^2 = 361$; **c)** $x^2 - 4 = 0$; **d)** $x^2 - 144 = 0$; **e)** $x^2 = 5$; **f)** $x^2 = 48$; **g)** $x^2 - 12 = 0$; **h)** $2x^2 = 72$; **i)** $3x^2 = 75$; **j)** $6x^2 - 24 = 0$.

25. Rezolvă în \mathbb{Q} ecuațiile: **a)** $2x - 5 = 2$; **b)** $-5 + 3x = 4(x - 1) + 2$;
c) $6(x + 1) - 2 = 3x + 1$; **d)** $1 - 2(x - 3) = x + 3(2 - x)$; **e)** $-\sqrt{3}x = \sqrt{27}$;
f) $\sqrt{5}x = \sqrt{35}$; **g)** $\sqrt{2}x = -5\sqrt{6}$; **h)** $\sqrt{8}x = 5\sqrt{32}$.

26. Rezolvă următoarele sisteme:

a) $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$; **b)** $\begin{cases} -2x - y = 1 \\ x + 3y - 2 = 0 \end{cases}$; **c)** $\begin{cases} 4x - y = 3 \\ 3x - 2y + 5 = 0 \end{cases}$; **d)** $\begin{cases} 4(2 - y) = 3(x - 2) \\ 2(x - 1) = 3(1 - y) \end{cases}$.

Organizarea datelor. Optimizare

27. Un magazin propune două oferte:

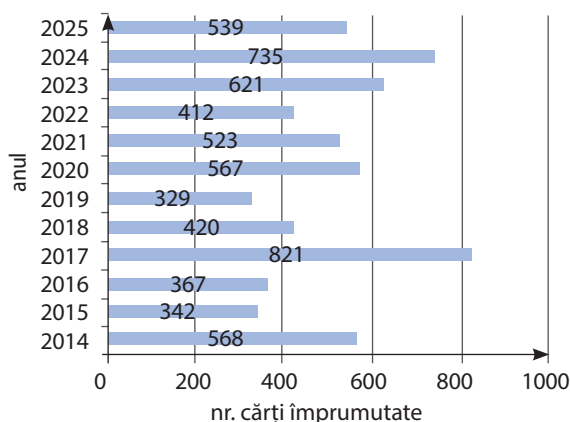


Oferta 1
La fiecare două cutii
cu alune,
ai o reducere de 15%!

Oferta 2
Primești 6 cutii
cu alune
pentru prețul a 5 cutii!

Care ofertă este mai avantajoasă dacă vrei să cumperi 12 cutii cu alune?

28. Într-un sistem de coordonate în care unitatea de măsură aleasă este de 1 cm, considerăm punctul $M(3;1)$. Din punctul M ne deplasăm paralel cu axa absciselor 2 cm și paralel cu axa ordonatei 1 cm. Care sunt coordonatele punctului astfel obținut? Analizează toate cazurile posibile.

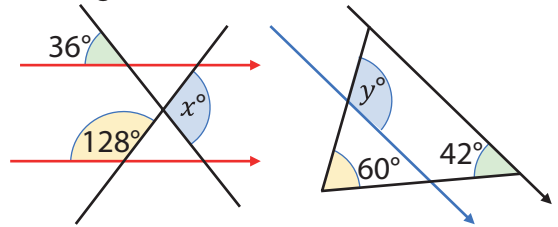


29. În diagrama alăturată sunt reprezentate împrumuturile înregistrate în perioada 2014-2025 într-o bibliotecă.

- a)** În ce an s-a înregistrat numărul minim de împrumuturi? Dar numărul maxim?
b) Care este numărul mediu de cărți împrumutate anual? Aproximează rezultatul obținut la cel mai apropiat întreg.
c) Care este procentul de împrumuturi din 2025, raportat la totalul împrumuturilor din întreaga perioadă?

Drepte, segmente, unghiuri

30. Alege răspunsul corect! Dacă punctele A, B, C sunt coliniare, cu $AB = 11$ cm, $BC = 9$ cm și $AC < AB$, atunci:
A) $AC = 20$ cm **B)** $AC = 3$ cm **C)** $AC = 21$ cm **D)** $AC = 2$ cm
31. Măsura unui unghi exterior al unui triunghi isoscel este de 60° . Calculează măsurile unghiurilor interioare ale triunghiului.
32. În fiecare dintre figurile alăturate, dreptele marcate cu săgeți sunt paralele. Calculează măsurile unghiurilor necunoscute.



Poligoane

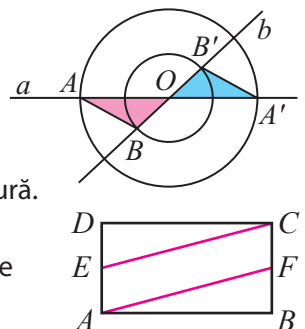
33. Construiește un patrulater convex $ABCD$, cu $\sphericalangle A = 60^\circ$, $\sphericalangle B = 90^\circ$ și $\sphericalangle C = 110^\circ$. Care este măsura celui de-al patrulea unghi al patrulaterului?
34. În trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, semidreptele AC și BD sunt bisectoarele unghiurilor BAD , respectiv ABC . Demonstrează că trapezul este isoscel.
35. Stabilește natura patrulaterului determinat de mijloacele laturilor:
a) unui dreptunghi; **b)** unui romb.
36. Alege răspunsul corect! Într-un romb cu aria de 48 cm^2 și una dintre diagonale de 8 cm, lungimea celeilalte diagonale este egală cu:
A) 6 cm **B)** 24 cm **C)** 12 cm **D)** 18 cm

Arie și perimetru

37. Alege răspunsul corect! Dacă un triunghi isoscel are baza de 16 cm și o altă latură de 10 cm, atunci aria sa este egală cu:
A) 48 cm^2 **B)** 24 cm^2 **C)** 12 cm^2 **D)** 36 cm^2
38. Calculează aria unui dreptunghi cu perimetrul 68 m și cu o diagonală 26 m.
39. Calculează aria unui romb cu latura de 6 cm și un unghi de 30° .
40. În paralelogramul $ABCD$ cu aria de 20 cm^2 , se notează cu O punctul de intersecție a diagonalelor. Calculează aria triunghiului AOB .
41. Un trapez dreptunghic are un unghi cu măsura 45° și bazele de 20 cm și 12 cm. Calculează perimetrul trapezului.
42. În sistemul ortogonal xOy se consideră punctele $A(1;1)$, $B(-1;-1)$, $C(1;-1)$. Calculează perimetrul și aria triunghiului ABC .

Congruență

43. Dreptele a și b sunt concurente în punctul O . Două cercuri concetrice, de centru O , intersectează aceste drepte în punctele A și A' , respectiv în B și B' .
a) Demonstrează ca triunghiurile AOB și $A'OB'$ sunt congruente.
b) Identifică alte două triunghiuri congruente pe figură.
c) Arată că dreptele AB și $A'B'$ sunt paralele.
44. În dreptunghiul $ABCD$, punctele E și F sunt mijloacele laturilor AD , respectiv BC . Arată că $AF \equiv CE$.

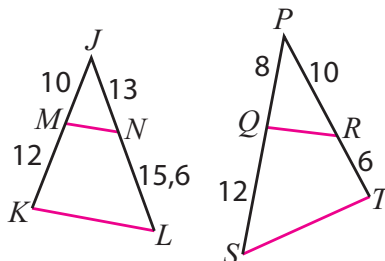


**Proportionalitate.
Asemănare**

45. Fie $ABCD$ paralelogram și o secantă oarecare dusă prin vârful B , care intersectează dreptele CD și AD în punctele M , respectiv N . Demonstrează că produsul $MC \cdot AN$ este constant.
46. În paralelogramul $ABCD$ se consideră punctele E și F pe segmentele AB , respectiv AC , astfel încât $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$. Arată că punctele D, E și F sunt coliniare.

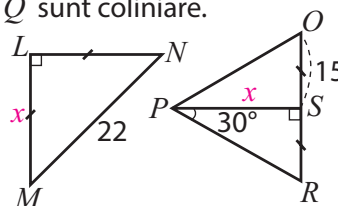
47. Identifică triunghiuri asemenea în figurile de alături. Justifică răspunsul.

48. În trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$ și $AC \cap BD = \{O\}$, MN este paralela prin O la AB , $M \in AD$, $N \in BC$, P – mijlocul segmentului AB și Q – mijlocul segmentului CD . Arată că:
a) O este mijlocul segmentului MN ; **b)** O, P și Q sunt coliniare.



Relații metrice

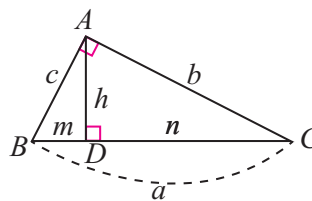
49. Folosind convențiile și datele din figurile de alături, calculează lungimile notate cu x .
50. În triunghiul ABC dreptunghic în A , se notează cu D piciorul înălțimii din A , cu E piciorul bisectoarei din C , cu G punctul de intersecție dintre înălțimea și bisectoarea anterior construite și cu F piciorul perpendicularei din E pe BC . Demonstrează că:
a) triunghiul AEG este isoscel; **b)** $AEFG$ este romb.



51. În dreptunghiul $ABCD$, $AD = 10$ cm și proiecția lui AD pe diagonala AC are lungimea de 6 cm. Determină lungimea segmentului AB .
52. Completează tabelul, unde notațiile au semnificațiile marcate pe figură.

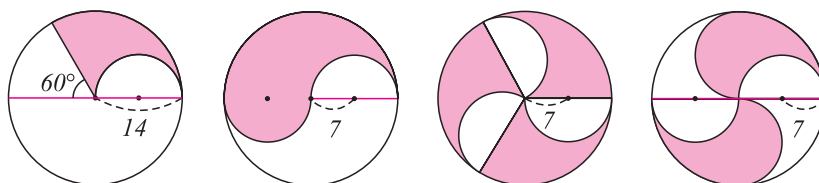
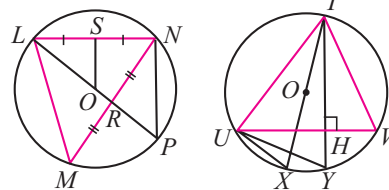


Ex.	a	b	c	m	n	h	$\sphericalangle B$	$\sphericalangle C$
1.		3					45°	
2.			8	4				
3.		$\sqrt{3}$				$\frac{\sqrt{3}}{2}$		



Cerc

53. Identifică toate perechile de triunghiuri asemenea în figurile alăturate. Justifică relațiile obținute folosind convențiile de desen și teoremele învățate.
54. O coardă de 8 cm este la distanța de 3 cm de centrul cercului. Calculează lungimea razei cercului.
55. Aria unui pătrat este 100 m^2 . Calculează raza cercului circumscris și perimetrul pătratului.
56. Determină ariile suprafețelor colorate folosind datele din figurile de mai jos.





Proiect: Construcții



Sky Tower București – înălțime 137 metri, 37 etaje, construit în anul 2012



Podul Basarab, București – trafic: 50.000 de vehicule zilnic, finalizat în anul 2011

Plan de lucru

➔ **Scop:** Veți realiza o mini-culegere de probleme referitoare la arhitectură și construcții.

➔ **Materiale necesare:** coli de hârtie, creioane, calculator

Realizarea proiectului

Lucrați în echipe de trei, patru sau cinci colegi.

➔ Pentru problemele marcate cu simbolul de proiect în cadrul unității, propuneți și rezolvați o problemă asemănătoare, pe care puteți să o includeți în mini-culegere.

➔ Căutați pe Internet date despre construcții recente din țara noastră. Comparați dimensiuni sau recorduri.

➔ Identificați în diverse surse (manual, culegeri), sau propuneți voi probleme despre diverse construcții. Rezolvați problemele.

Pentru început:

➔ Rezolvați problemele care urmează.

- O macara a fost proiectată să transporte panouri de beton armat de formă paralelipipedică având dimensiunile maxime de $4\text{ m} \times 3\text{ m} \times 20\text{ cm}$ și masa maximă de o tonă. Care dintre panourile cu parametrii menționați mai jos pot fi transportate?
 - $300\text{ cm} \times 300\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, masa: 500 kg;
 - $300\text{ cm} \times 500\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, masa: 500 kg;
 - $300\text{ cm} \times 300\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, masa: 600 kg;
 - $300\text{ cm} \times 300\text{ cm} \times 40\text{ cm}$, masa: 550 kg.

- Fiecare dintre cele 8 lifturi ale unui zgârie-nori are o capacitate maximă de 1000 kg, iar un lift care pleacă de la parter ajunge la etajul 30 în 2 minute și tot în 2 minute coboară de la etajul 30 la parter. În cât timp pot ajunge la etajul 30 cei 500 de oameni care lucrează acolo? Gândiți-vă la o distribuție optimă de timp și luați în calcul o masă medie de 80 kg a unei persoane. Justificați de ce distribuția pe care ați găsit-o este optimă.

Propuneți și voi alte probleme de același fel, folosind informațiile din imaginile de mai sus, despre Sky Tower și despre Podul Basarab.

i **Interacționați** în echipa voastră, realizați mini-culegerea de probleme, apoi **prezentați** în clasă câteva probleme propuse și rezolvate din culegere.

Autoevaluare

✓ Rezolvă problemele și alege răspunsurile corecte, pentru a verifica ce știi la început de *unitate de învățare*.

- Prin efectuarea înmulțirii $2,5 \cdot 1,3$ obținem

A) 3,25 B) 2,25 C) 32,5 D) 3,8
- Rezultatul calculului $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$ este:

A) $\frac{8}{10}$ B) $1\frac{7}{12}$ C) $\frac{10}{6}$ D) $1\frac{3}{4}$
- Numărul întreg a pentru care $a < \sqrt{8} - 1 < 2a$ este:

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3
- Dintre numerele: $3,6$; $\frac{11}{3}$; $\sqrt{13}$; $3\frac{1}{2}$, cel mai mare este:

A) 3,6 B) $\frac{11}{3}$ C) $\sqrt{13}$ D) $3\frac{1}{2}$
- Reuniunea mulțimilor $A = \{-1; 0; 1; 3\}$ și $B = \{-2; 0; 3\}$ este:

A) $\{0; 3\}$ B) $\{0\}$ C) $\{3; 1; -2; 0; -1\}$
 D) $\{-2; 0; 3; -1\}$

Ce știi deja? Verific!

Test inițial de (auto)evaluare

Timp de lucru: 45 minute

Rezolvând exercițiile următoare, îți vei aminti noțiuni și rezultate necesare pentru parcurgerea acestei Unități de învățare. Fiecare problemă propusă valorează 1 punct. Se acordă 1 punct din oficiu.

I. Scrie pe foaia de rezolvare cuvintele sau rezultatele care, înscrise în spațiile punctate, formează enunțuri adevărate.

Numere reale

1. Numărul real $\sqrt{24}$ mai poate fi scris $2\sqrt{b}$. Atunci $b = \dots$

Axa numerelor

2. Pe axa din imagine, abscisa punctului A este



II. Scrie pe foaia de rezolvare litera corespunzătoare răspunsului corect pentru următoarele exerciții:

Relația de apartenență

3. Dacă M este mulțimea numerelor naturale de trei cifre, divizibile cu 9, care dintre următoarele numere aparține mulțimii M ?

- A) 449 B) 2106 C) 54 D) 351

Compararea și ordonarea numerelor reale

4. Câte numere din lista: 2 , (1) ; $\frac{13}{9}$; $\sqrt{3}$; $2 - \sqrt{2}$; -2 ; $4 - \sqrt{5}$ sunt mai mari decât 1,5?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 6

Relația de incluziune

5. Geo a scris mulțimea G a tuturor divizorilor naturali ai numărului 24. Ana a scris și ea mulțimea A a tuturor divizorilor naturali ai numărului natural x . Ce număr x putea alege Ana, dacă știm că $A \subset G$?

- A) 10 B) 12 C) 15 D) 20

III. Scrie pe foaia de rezolvare soluțiile complete ale exercițiilor următoare:

Mulțimi egale

6. Determină numerele a și b astfel ca mulțimile $\{a; a + 1; 5\}$ și $\{b; b + 1; 3\}$ să fie egale.

Reuniunea mulțimilor

7. Dacă $A = \{1; 3; 5; 7\}$ și $B = \{1; 2; 3; 4\}$, calculează $A \cup B$.

Intersecția mulțimilor

8. Tic a explicitat mulțimea divizorilor naturali ai numărului 8 și mulțimea divizorilor naturali ai numărului 12. Mati a observat că intersecția acestor mulțimi poate fi descrisă ca mulțimea divizorilor naturali ai numărului n . Ce valoare are n ?

Proprietăți ale numerelor reale

9. Despre numerele reale și nenule a și b știm că $a < b$. Observă următoarele afirmații. Care dintre acestea sunt întotdeauna adevărate? Pentru fiecare afirmație ce poate fi falsă, propune câte un contraexemplu!
a) $2a + 1 < 2b + 1$; b) $a^2 < b^2$; c) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; d) $2 - 3a > 2 - 3b$; e) $a + b < ab$.

Dacă ai obținut mai puțin de jumătate din punctaj la acest test, este util să revezi definițiile și proprietățile verificate mai sus, pentru a înțelege mai bine ceea ce urmează.

O situație-problemă

Codul de deblocare a telefonului are 4 cifre. Ana îl schimbă periodic după aceeași regulă: alătură două numere prime consecutive de câte două cifre. Cum putem descrie mulțimea acestor coduri? Este 3743 un cod convenabil? Dacă Ana a folosit deja 14 astfel de coduri, câte variante de schimbare mai are?



Vrem să știm!

Cum determinăm o mulțime definită printr-o proprietate a elementelor ei?

Ne amintim și extindem!

1. Ce notații folosim referitor la mulțimi?

O **mulțime** este o colecție de obiecte bine determinate și distincte, ce se numesc **elementele** mulțimii. În descrierea mulțimilor, folosim următoarele notații:

Notăm	Citim	Exemplificăm
$x \in A$	Elementul x aparține mulțimii A .	$3 \in \{3; 5; 7\}$; $-5 \in \{-6; -5; 1; 2\}$
$x \notin A$	Elementul x nu aparține mulțimii A .	$9 \notin \{-2; 3; 11\}$; $-5 \notin \{1; 2; 3\}$
\emptyset	Mulțimea vidă	Mulțimea florilor de pe planeta Jupiter este vidă.
$\text{card}(A)$	Cardinalul mulțimii A (sau numărul de elemente ale mulțimii A)	Mulțimea $A = \{1; 5; 7\}$ este finită, iar $\text{card}(A) = 3$.

2. Cum descriem (caracterizăm) o mulțime?



O mulțime poate fi descrisă prin:

Caracterizăm	Scriem	Citim
• enumerarea elementelor	$A = \{0; 0,5; \sqrt{2}\}$	Elementele mulțimii A sunt numerele $0; 0,5$ și $\sqrt{2}$.
• diagrame Venn-Euler		Mulțimea A are elementele: $0, 5, \sqrt{2}$, iar mulțimea B are elementele $\sqrt{2}$ și 3 .
• scrierea unei proprietăți a elementelor sale	$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$	Mulțimea A este formată din numerele naturale mai mici sau egale cu 3 . Altfel spus: $A = \{0; 1; 2; 3\}$.

Alcătuiește o fișă pentru portofoliu în care prezinți cele trei modalități de descriere a unei mulțimi.

Rezolvăm situația-problemă

Numerele prime de două cifre sunt:

11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97. Mulțimea

codurilor este $\{\overline{abcd} \mid \overline{ab}, \overline{cd} \text{ numere prime consecutive}\}$. 3743 nu este un cod convenabil pentru că

între 37 și 43 există și numărul prim 41. Sunt 21 de numere prime cu două cifre și cu ele se pot forma, conform regulii date, 40 de coduri. Prin urmare, Ana mai are 26 variante pentru schimbarea codului.

▶ Să ne amintim

➔ 3. Care sunt mulțimile numerice pe care le folosim?

Mulțimile de numere studiate sunt:

- **Mulțimea numerelor naturale**

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$$

- **Mulțimea numerelor întregi**

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

- **Mulțimea numerelor raționale**

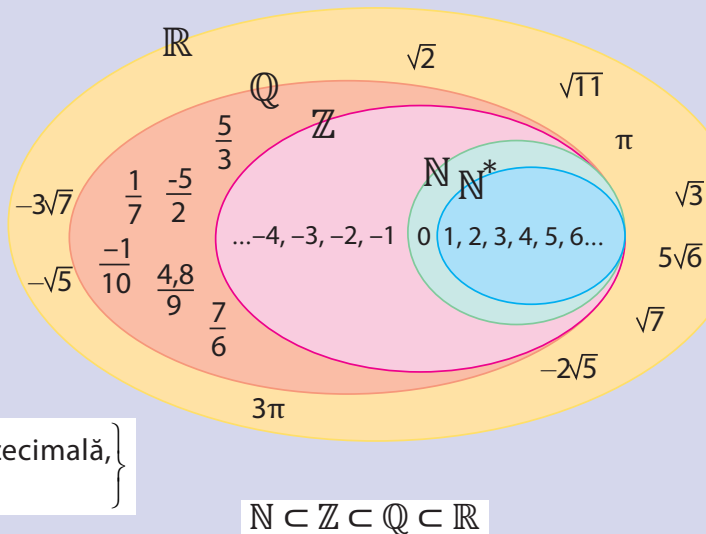
$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

- **Mulțimea numerelor iraționale**

$$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \left\{ x \mid x \text{ se scrie ca fracție zecimală,} \right. \\ \left. \text{infinită, neperiodică} \right\}$$

- **Mulțimea numerelor reale**

$$\mathbb{R} = \{x \mid x \text{ este număr rațional sau irațional}\}$$



➔ 4. Cum se scriu numerele reale?

• **Numerele raționale** se pot scrie în două forme echivalente: reprezentare fracționară și reprezentare zecimală. Putem transforma numerele raționale dintr-o formă de scriere în cealaltă folosind regulile ilustrate în tabel.

Reprezentare fracționară	Reprezentare zecimală	Exemple
<ul style="list-style-type: none"> • prin fracție al cărei numitor este de forma $2^n \cdot 5^p$, ($n, p \in \mathbb{N}$) 	<ul style="list-style-type: none"> • cu număr finit de cifre nenule 	$\frac{4}{5} = 0,8$; $0,175 = \frac{175}{1000}$
<ul style="list-style-type: none"> • prin fracție ireductibilă al cărei numitor conține numai factori primi diferiți de 2 și de 5 	<ul style="list-style-type: none"> • periodică simplă 	$\frac{4}{11} = 0,(36)$; $4,(175) = 4\frac{175}{999}$
<ul style="list-style-type: none"> • prin fracție ireductibilă al cărei numitor conține factorii 2 sau 5, precum și alți factori primi, diferiți de aceștia 	<ul style="list-style-type: none"> • periodică mixtă 	$\frac{4}{15} = 0,2(6)$; $2,17(5) = 2\frac{175-17}{900}$

- **Numerele iraționale** au după virgulă o *infinitate* de zecimale care nu se repetă periodic.

Exemple: $\sqrt{2} = 1,414213562 \dots$; $0,0100100010000 \dots$; $\pi = 3,1415926535 \dots$

▶ Evaluăm nivelul de bază

Determină mulțimile:

$$B = \{x \in A \mid x \text{ se scrie ca fracție zecimală, cu număr finit de zecimale nenule}\},$$

$$C = \{x \in A \mid x \text{ se scrie ca fracție zecimală periodică}\}, \text{ unde } A = \left\{ \frac{7}{5}; \frac{1}{7}; \frac{5}{6}; \frac{3}{20}; \frac{25}{15}; \frac{3}{6}; \frac{13}{12} \right\}.$$

●●●● ▷ **Probleme propuse**

- ★
1. Scrie sub forma unei mulțimi:
 - a) toate numerele naturale mai mici sau egale cu 10;
 - b) toate numerele naturale care îl divid pe 20;
 - c) toți multiplii naturali ai lui 3, mai mici decât 13;
 - d) toate numerele reale care au pătratul egal cu 25.
 2. *Adevărat sau fals?*
 $\{1, 3, 9, 27, 81\} = \{x \mid x = 3^n, n \in \mathbb{N}, n \leq 4\}$.
 3. Fie $A = \{\sqrt{7}; 2,3(8); -3,2; -6; \sqrt{5}\}$.
 Explicitează mulțimile:
 - a) $B = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}\}$; c) $D = \{x \in A \mid x \in \mathbb{N}\}$;
 - b) $C = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Q}\}$; d) $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}\}$.

- ★★
8. Determină elementele unei mulțimi, știind că acestea sunt numere naturale consecutive și au suma egală cu 15.
 9. Scrie din ce mulțimi numerice ($\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ sau \mathbb{R}), face parte fiecare număr:
 $-3; 2,79; \sqrt{11}; \pi; 5\pi; -3,2(7)$.
 10. Scrie fracțiile în formă ireductibilă și decide dacă numărul reprezentat este periodic simplu, periodic mixt, sau are un număr finit de zecimale nenule:
 $\frac{3}{8}; \frac{12}{49}; \frac{249}{37}; \frac{3256}{400}; \frac{321}{90}$.

★★★

15. Investigație

- a)** Demonstrează că un număr par nu are un multiplu scris doar cu cifre de 9.
b) Transformă numărul $\frac{2}{37}$ în formă zecimală.
 Folosește apoi rezultatul obținut pentru a arăta că 37 are un multiplu scris doar cu cifre de 9.
c) Determină numărul natural n , cu proprietatea că $\frac{1}{n}$ se exprimă printr-o fracție periodică simplă cu exact trei cifre în perioadă.

4. Scrie în trei moduri mulțimea numerelor naturale pare cuprinse între 9 și 21.
5. *Adevărat sau fals?*
 - a) $\frac{0}{1} \in \mathbb{N}$; c) $\sqrt{14} \in \mathbb{Q}$; e) $-\frac{21}{7} \in \mathbb{Z}$;
 - b) $4,6 \in \mathbb{Q}$; d) $5,(3) \in \mathbb{R}$; f) $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q}$.
6. Determină afirmațiile adevărate:
 - a) $2 \in \{1, 2, 3\}$; b) $3 \notin \{0, 2, 5\}$; c) $0 \notin \emptyset$;
 - d) $\{4\} \supset 4$; e) $7 \notin \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } x < 7\}$.
7. **a)** Scrie în formă zecimală: $\frac{2}{5}; \frac{11}{3}; \frac{2}{15}; \frac{32}{4}; \frac{1}{7}$.
b) Scrie în formă fracționară:
 $2,15; 3,(15); 0,1(6); 11,3; 4,2(7)$.

11. Fie $A = \{123, 59, 78, 19, 101, 27\}$.
 Determină mulțimea formată din resturile împărțirii elementelor lui A la 10.
12. Împărțind numărul 109 la 300, Raluca a obținut câtul 0,363 și cum cifra 3 se repetă, a tras concluzia că $\frac{109}{300} = 0,(36)$. Este corect?
13. Scrie mulțimea $M = \{\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 8\}$, folosind o proprietate a elementelor sale.
14. Explicitează mulțimile:
 $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{x-2} \in \mathbb{N}\right\}, B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{6}{x-2} \in \mathbb{Z}\right\}$.

16. Fie M mulțimea numerelor naturale pare de două cifre.
 - a) Determină cardinalul mulțimii M .
 - b) Propune două numere naturale a și b , astfel ca $\{n \mid n \text{ număr natural par}, a < n < b\}$ să aibă un număr dublu de elemente față de M .
17. Fie a un număr real subunitar ce se scrie în formă zecimală $0,a_1a_2a_3\dots$. Știm că suma oricăror trei zecimale alăturate ale lui a este aceeași. Demonstrează că $a \in \mathbb{Q}$.

●●●● ▷ **Alege și rezolvă în 5 minute!**

Determină elementele mulțimii

A _____
 $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{15}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$.

B _____
 $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{16}{x-4} \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}\right\}$.

C _____
 $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3x+16}{-x+4} \in \mathbb{N}\right\}$.

O situație-problemă

Bornele kilometrice marchează distanțele pe șoselele României. Familia lui Dan și cea a Anei au hotărât să meargă împreună într-o excursie cu mașinile. Cele două familii au pornit din Sibiu spre Pitești, pe Transfăgărășan, în același timp. După două ore, mașina condusă de tatăl Anei a ajuns la borna din imagine, iar cea condusă de mama lui Dan, la borna pe care scrie Pitești 132. Cine a avut o viteză mai mare?



Rezolvare: Deoarece suntem pe sensul de mers de la kilometrul 0, iar 129 km și 132 km reprezintă distanțe parcurse, deducem că tatăl Anei a avut o viteză mai mare.

Marcajul șoselelor folosind bornele kilometrice este similar cu marcarea numerelor pe axa numerică.

Vrem să știm! Cum determinăm poziția unui număr pe axa numerelor?

1. Cum reprezentăm numerele pe axa numerică?

Să ne amintim

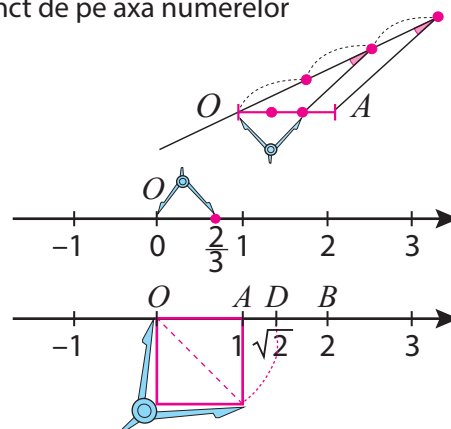
Numerele reale se reprezintă pe axă cu ajutorul unor segmente cu o extremitate în origine. Un număr real determină un punct unic pe axa numerelor. Orice punct de pe axa numerelor corespunde unui număr real, care se numește **abscisa** aceluia punct.

Reprezentarea pe axa numerelor se poate face:

- prin construcții geometrice:

Exemple: • Reprezentăm $\frac{2}{3}$ prin împărțirea segmentului-unitate pe baza teoremei fundamentale a asemănării:

- Reprezentăm $\sqrt{2}$ trasând cu ajutorul compasului diagonala pătratului cu latura segmentul-unitate:



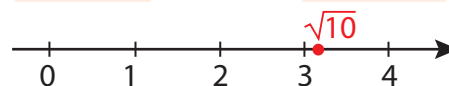
- folosind aproximări:

Exemplu:

- Reprezentăm $\sqrt{10}$ prin **încadrarea între două valori consecutive de același ordin**. Putem obține o valoare aproximativă pentru $\sqrt{10}$ folosind un calculator de buzunar. De exemplu, calculatorul din imagine ne indică, prin **trunchiere**, primele șapte zecimale exacte.



aproximare prin lipsă		aproximare prin adăos
3	$< \sqrt{10} <$	4
3,1	$< \sqrt{10} <$	3,2
3,16	$< \sqrt{10} <$	3,17
3,162	$< \sqrt{10} <$	3,163
3,1622	$< \sqrt{10} <$	3,1623

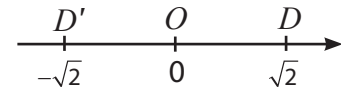


Exprimare orală

Explică, folosind propriile tale cuvinte, modul în care s-au realizat reprezentările de mai sus.

➔ 2. Ce elemente caracterizează poziția unui număr pe axă?

Pe axa numerelor alăturată sunt reprezentate numerele $-\sqrt{2}$ și $\sqrt{2}$.



Definim:

Numerele care diferă doar prin semn se reprezintă prin puncte egal depărtate de origine și se numesc **opuse**.

Modulul (sau **valoarea absolută** a) unui număr real reprezintă **distanța** de la origine la punctul de pe axa numerelor corespunzător aceluși număr.

Fiind **lungimea unui segment**, modulul unui număr nu poate fi decât pozitiv sau 0.

Exemple:

-1 și $+1$ sunt numere opuse. La fel $-\sqrt{2}$ și $\sqrt{2}$

Notăm	Citim
$ a $	modulul lui a

Exemple: $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$; $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$



Din definiția modulului, se deduc următoarele proprietăți:

$$|a| \geq 0, \text{ oricare ar fi } a \in \mathbb{R}$$

$$|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$$

$$|a| = \begin{cases} -a, & \text{dacă } a < 0 \\ a, & \text{dacă } a \geq 0 \end{cases}$$

●●●● ▶ Evaluăm nivelul de bază

Reprezintă pe axă: $\frac{1}{2}$; $-\frac{3}{2}$; $4,3$; $-\sqrt{13}$ și precizează numărul cu modulul cel mai mare.

●●●● ▶ Problemă rezolvată

Ordonează crescător numerele: $\sqrt{2}$; $1,5$; $1,(42)$; $-1,7$; $-\sqrt{3}$. Folosește un minicalculator.

Rezolvare:

Aproximarea prin adaos la ordinul sutimilor a lui $\sqrt{2}$ este $1,42$ care este mai mic decât $1,424242\dots$, iar $1,(42)$ este mai mic decât $1,5$. Aproximarea prin lipsă la zecimi a lui $\sqrt{3}$ este $1,7$, deci $\sqrt{3} > 1,7$.

Cum dintre două numere negative este mai mare cel cu modulul mai mic, deducem $-\sqrt{3} < -1,7$.

În concluzie: $-\sqrt{3} < -1,7 < \sqrt{2} < 1,(42) < 1,5$.

●●●● ▶ Probleme propuse



1. Completează tabelul:

Număr	3	7	-8	-1	12	2,5
Opus	-3					
Invers	$\frac{1}{3}$					
Modul	3					

2. Reprezintă pe axă numerele:

$$\frac{1}{2}; -\frac{5}{6}; \frac{4}{3}; 1,8; \frac{3}{4}; -\frac{9}{5}$$

3. a) Reprezintă pe axă, folosind rigla și compasul, numerele: -2 ; 0 ; 1 ; $\sqrt{5}$; -3 ; $-2,5$; $-\sqrt{11}$.

b) Ordonează crescător aceste numere.

4. a) Pe axa cu originea O de mai jos sunt punctele A și B , astfel încât $OA = 4$, $OB = 2$. Ce coordonate au punctele A și B ?

b) Dacă a și b sunt coordonatele punctelor A și respectiv B , exprimă $|a|$ și $|b|$.



★★

5. Pentru $a = -1,5$ calculează: a^2 ; $\sqrt{a^2}$; $|-a|$;
 $|a| + 1$; $|-a + 1|$; $|a^2 - 1|$; $|(a-1)(a+1)|$.

6. Cu un calculator de buzunar, încadrează între două numere raționale cu trei zecimale, numerele: $\frac{25}{7}$; $3,49 \cdot 0,0058$; $\frac{3\sqrt{2}}{5}$.

Propune o problemă pentru proiect, care se rezolvă printr-una dintre operațiile efectuate.

7. Alege răspunsul corect!

Dacă $5,28785 < a < 5,28786$, atunci rotunjirea lui a la ordinul miimilor este:

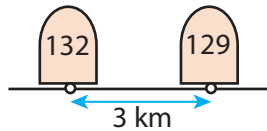
A) 5,2 B) 5,287 C) 5,288 D) 5,28786

★★★

11. **Investigație**

a) Pe axă, modulul unui număr este distanța de la punctul prin care reprezentăm numărul pe axă, până la origine. Identifică pe axă numerele cu modulul egal cu 2.

b) Pe o șosea, distanța dintre bornele pe care scrie 132 și 129 este de 3 km, adică $|129 - 132|$.



Folosește această interpretare pentru a exprima, pe axă, distanța dintre punctele prin care reprezentăm numerele: 3 și 7; -1 și -5; -4 și 6; x și y .

c) Folosește calculele anterioare și reprezintă pe axă mulțimile: $\{x \in \mathbb{R}, |x - 1| = 2\}$, $\{x \in \mathbb{R}, |x - 1| \leq 3\}$.

★★★★

14. Folosește reprezentarea pe axă și demonstrează că $|a - b| + |b - c| \geq |a - c|$, pentru orice numere $a, b, c \in \mathbb{R}$.

●●●●▷ **Alege și rezolvă în 5 minute!**

A Reprezintă pe axă următoarele numere: 3; 2; 0,5.

B Reprezintă pe axă toate numerele care au modulul 0,9 și respectiv 1,9.

C Reprezintă pe axă, apoi calculează modulele numerelor: $\sqrt{2} - 2$; $\sqrt{5} - 2$.

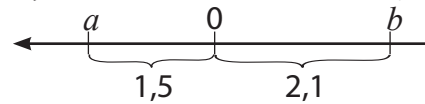
8. Fie $A = \left\{-1,2; -1\frac{3}{2}; \sqrt{1,44}; 0; -0,(2); \frac{1}{3}\right\}$.

Explicitează $B = \{y \in \mathbb{R} \mid y = |x|, x \in A\}$.

9. Care dintre propozițiile următoare este adevărată, pentru orice număr real x ?

- a) $|x| = -x$, dacă $x < 0$; b) $|-x| = |x|$;
 c) $|-x| \geq 0$; d) $|-x| = -|x|$;
 e) $|-x| = x$, dacă $x < 0$.

10. Precizează semnul și modulul numerelor a și b reprezentate pe axa de mai jos. Atenție la sensul axei, indicat de săgeată!



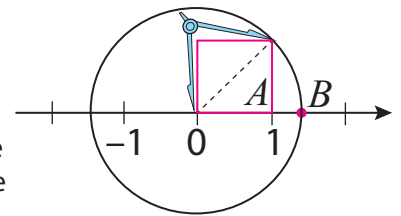
12. Care dintre propozițiile următoare sunt adevărate?

- a) $|-1,5| < 0$; b) $|\sqrt{-27}| = |\sqrt{27}|$;
 c) $|-10^{2000}| \geq 0$; d) $|3^{10}| < -3^{10}$;
 e) $|(-401) \cdot (-403)| = |-401| \cdot |403|$;
 f) $|-3 - \sqrt{3}| > |3| + |-\sqrt{3}|$.

13. Observă figura de mai jos.

a) Determină abscisa punctului B .

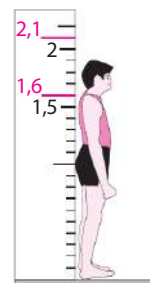
b) Găsește trei numere raționale care se reprezintă pe axa numerelor prin puncte situate între A și B .



O situație-problemă

Un atlet este admis la o competiție dacă are înălțimea de cel puțin 1,6 m și cel mult 2,1 m. Pentru verificarea rapidă a condiției impuse, oficialii concursului au marcat înălțimile extreme pe aparatul cu care măsoară înălțimile. Atletul din figură va fi admis în competiție?

Vrem să știm! Cum descriem cât mai simplu, cu ajutorul numerelor și mulțimilor, diverse porțiuni din axa numerelor?



În viața de zi cu zi, folosim de multe ori cuvântul „interval”. Iată câteva exemple:

- Temperaturile înregistrate într-o zi de vară pot varia între 25°C și 35°C.
- Viteza unui automobil pe un drum poate fi, de exemplu, cuprinsă între 50 km/h și 90 km/h. Acest interval poate influența siguranța rutieră.
- Înălțimile elevilor dintr-o clasă pot fi cuprinse în intervalul cuprins între 1,40 m și 1,80 m.
- În magazine, un interval de prețuri pentru haine poate varia între 100 lei și 300 lei.
- Timpul ne ghidează viața, iar intervalele de timp în care au loc diferite activități ne umplu orarul zilnic.

Exprimare orală Propune și alte exemple de intervale folosite în viața reală!

1. Ce înțelegem prin interval de numere reale?

Axa numerelor reale are proprietatea că, fiind date două *numere reale diferite*, oricât de apropiate, se poate găsi un al treilea număr real, situat între ele. Numerele date se numesc **marginii** sau **capete**, iar mulțimea de numere cuprinsă între cele două capete formează un **interval**. Sintagma „situat între ele” este ușor ambiguă. De aceea, pentru a preciza foarte clar la ce ne referim, vorbim despre intervale închise și intervale deschise.

Definim	Notăm	Reprezentăm
Un interval închis este un interval care își conține marginile.	$[a; b]$	
Un interval deschis este un interval care nu își conține marginile.	$(a; b)$	

După cum se observă, un interval închis sau un interval deschis se reprezintă pe axa numerelor prin segmente. Pe axa numerelor, putem delimita și semidrepte.

Semidreptele corespund unor **intervale nemărginite**. Pentru scrierea intervalelor nemărginite folosim simbolurile: $-\infty$ (minus infinit), $+\infty$ (plus infinit).

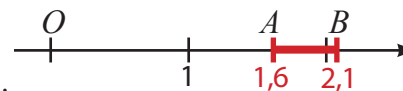
Folosim convențiile alăturate.

Notăm	Reprezentăm
$[0; +\infty)$	
$(-\infty; 1]$	

Rezolvăm situația-problemă

Mulțimea numerelor reale care sunt cel puțin egale cu 1,6 și cel mult egale cu 2,1 se reprezintă pe axă prin segmentul AB . Orice punct P al acestui segment corespunde unui număr real h , unde $1,6 \leq h \leq 2,1$.

Aceasta indică faptul că atletul este admis.



Relația $1,6 \leq h \leq 2,1$ se poate scrie $h \in [1,6; 2,1]$. Mulțimea $[1,6; 2,1]$ este un interval închis de numere reale.



➔ 2. Ce tipuri de intervale de numere reale folosim?

Definim următoarele tipuri de intervale:

Tip de interval		Exemplu	
		Scriem	Reprezentăm
Intervale mărginite	Interval închis $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	$[-1; 2]$	
	Interval deschis $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	$(-1; 2)$	
	Interval deschis la stânga și închis la dreapta $(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	$(-1; 2]$	
	Interval închis la stânga și deschis la dreapta $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	$[-1; 2)$	
Intervale nemărginite	Intervale nemărginite la dreapta $[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	$[-1; +\infty)$	
	$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	$(-1; +\infty)$	
	Intervale nemărginite la stânga $(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$	$(-\infty; 2]$	
$(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$	$(-\infty; 2)$		

Ce fel de intervale apar în programul afișat?



Gândim critic și constructiv!

➔ 3. Cum stabilim incluziunea intervalelor?

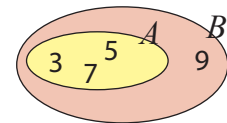
●●●●▶ Ne amintim și extindem!

Pentru două mulțimi A și B , spunem că A este inclusă în B dacă orice element din A se află și în B .

Notăm	Citim
$A \subset B$	Mulțimea A este inclusă în B .
$B \supset A$	Mulțimea B include mulțimea A .

Exemple:

- $\{3; 5; 7\} \subset \{3; 5; 7; 9\}$.
- $\{3; 5; 7; 9\} \supset \{3; 5; 7\}$.

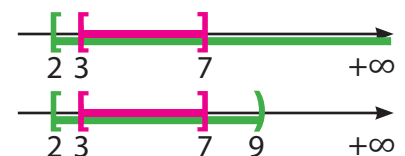


Întrucât intervalele sunt mulțimi de numere, putem defini incluziunea lor. Fiind date două intervale de numere reale I și J , spunem că **intervalul I este inclus în intervalul J** dacă orice element din I se află și în J .

Notăm	Citim
$I \subset J$	Intervalul I este inclus în intervalul J .
$I \supset J$	Intervalul I include intervalul J .

Exemple:

- $[3; 7] \subset [2; +\infty)$.
- $[2; 9) \supset [3; 7]$.



Atenție! Intervalele sunt submulțimi ale lui \mathbb{R} . Însă, nu orice submulțime a lui \mathbb{R} este interval.

Exemplu: Mulțimea $\{1; 2; 3\}$ nu este interval:



●●●▷ **Problemă rezolvată**

Se consideră intervalele $I = [-1; 3]$ și $J = (-2; 4)$. Stabilește dacă $I \subset J$.

Rezolvare:

Reprezentăm intervalele I și J pe axa numerelor. Observăm că orice punct din primul interval aparține și celui de-al doilea interval. Deci $I \subset J$.



●●●▷ **Probleme propuse**

- ★
- Notează mulțimile folosind simboluri:
 - intervalul închis de la $-\sqrt{5}$ la $\sqrt{7}$;
 - intervalul deschis de la -3 la $2\sqrt{5}$;
 - intervalul închis de la $-\infty$ la 10 ;
 - intervalul deschis de la 3 la $+\infty$.
 - Adevărat sau fals? Mulțimea numerelor reale x , cu proprietatea $x > 5$, este $[5; +\infty)$.
 - Reprezintă pe axă intervalele următoare:
 - $[-3; 5]$;
 - $(-5; 1]$;
 - $[\sqrt{3}; 6)$;
 - $(-\infty; 7]$;
 - $[10; +\infty)$;
 - $(-\infty; -9]$.
- ★★
- Notează și reprezintă pe axa numerelor intervalul:
 - deschis, cu capetele -1 și 1 ;
 - cu capetele -3 și 2 , deschis la stânga, închis la dreapta;
 - cu capetele -4 și 2 , închis la stânga, deschis la dreapta;
 - deschis, cu capetele $-\sqrt{5}$ și $\sqrt{7}$;
 - nemărginit la stânga și deschis la dreapta, la 6 ;
 - nemărginit la stânga și închis la dreapta, la 1 ;
 - nemărginit la dreapta și închis la stânga, la 5 ;
 - deschis, de la $-\infty$ la 10 ;
 - închis, de la 3 la $+\infty$.
 - Stabilește care dintre următoarele afirmații sunt adevărate:
 - $0 \in (-1; 1)$;
 - $2 \notin (-3; 2]$;
 - $-3 \in [-3; 5)$;
 - $\sqrt{2} \in (1,4; +\infty)$;
 - $-\sqrt{3} \notin (-\infty; -1,73)$;
 - $3 \notin (-2; +2)$.
 - Exprimă variațiile mărimilor prin intervale:
 - o distanță până la destinație, care este de cel mult 150 km;
 - capacitatea unui recipient, care variază între $0,05 \text{ dm}^3$ și $1,5 \text{ l}$;
 - masa unei cutii pe care este scris $500 \text{ g} \pm 10 \text{ g}$.
- ★★★
- Transcrie intervalele, folosind notații:
 -
 -
 -
 -
 - Analizează reprezentările de la exercițiul 7 și precizează căror intervale aparțin numerele: 0 ; 1 ; -2 ; $0,5$; $\sqrt{2}$; $-3,4$.
 - Determină numerele a și b pentru care $[a; b] \subset [0; 1]$, $0 \in [a; b]$ și $1 \in [a; b]$. Propune și rezolvă un exercițiu asemănător.

- ★★★★
- Fie un interval $[a, b]$ cu $b - a \geq 1$. Arată că acest interval conține cel puțin un număr întreg.
 - Dacă $[x; y] \cap \mathbb{Z} = \emptyset$, calculează $-|x - y| + 2|x - y - 1| + |x - y + 2|$.

●●●▷ **Alege și rezolvă în 5 minute!**

A _____
 Scrie cel mai mic și cel mai mare număr întreg din intervalul $(-3; 10,1]$.

B _____
 Care dintre numerele $2, (1); |-\sqrt{3}|$; $\sqrt{5}$, se află în intervalul $(-2; 2,2]$?

C _____
 Reprezintă pe axa numerelor intervalul
 $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid -0, (6) < x \leq \sqrt{3^2 + 4^2} \right\}$

► O situație-problemă

Nic vrea să meargă în aceeași zi și la bibliotecă și la secretariatul școlii. În fiecare zi lucrătoare, programul bibliotecii este de la ora 10.00 la ora 17.00, iar al secretariatului este de la ora 8.00 la ora 14.00. În ce interval orar ar trebui să se încadreze ca să găsească și biblioteca și secretariatul deschise?

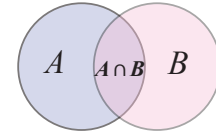


Cum se efectuează intersecția și reuniunea intervalelor de numere reale?

➔ 1. Cum se efectuează intersecția intervalelor?

► Ne amintim și extindem

• Intersecția mulțimilor A și B este mulțimea elementelor comune mulțimilor A și B : $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$.



• Intersecția a două intervale I și J este mulțimea care conține toate elementele comune intervalelor I și J : $I \cap J = \{x \mid x \in I \text{ și } x \in J\}$.

Exemple:

Intersecția intervalelor $I = (-\infty; 2]$ și $J = [-4; +\infty)$:

Reprezentăm: Obținem: $I \cap J = (-\infty; 2] \cap [-4; +\infty) = [-4; 2]$.

Intersecția intervalelor $I = [-1; 5]$ și $J = (-2; 4)$:

Reprezentăm: Obținem: $I \cap J = [-1; 5] \cap (-2; 4) = [-1; 4]$.

► Rezolvăm situația-problemă

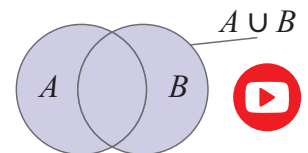
Ca să găsească și secretariatul și biblioteca deschise, Nic trebuie să aleagă o oră comună celor două intervale orare de funcționare. Pentru aceasta trebuie să determine intersecția intervalelor $[8; 14]$ și $[10; 17]$.

Dacă alege o oră din intervalul $[8; 14] \cap [10; 17] = [10; 14]$ va găsi deschise și secretariatul și biblioteca.

➔ 2. Cum se efectuează reuniunea intervalelor?

► Ne amintim și extindem

• Reuniunea mulțimilor A și B este mulțimea care conține toate elementele mulțimilor A sau B , luate o singură dată: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$.



• Reuniunea a două intervale I și J este mulțimea care conține toate elementele intervalelor I sau J , luate o singură dată: $I \cup J = \{x \mid x \in I \text{ sau } x \in J\}$.

Exemple:

Mulțimea numerelor x cu proprietatea că $x \leq 2$ sau $x < 5$:

Reprezentăm: Obținem: $(-\infty; 2] \cup (-\infty; 5) = (-\infty; 5)$.

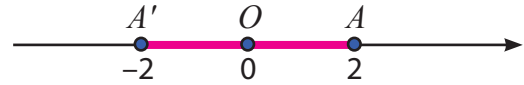
Reuniunea intervalelor $I = [-1; 5]$ și $J = (-2; 4)$:

Reprezentăm: Obținem: $I \cup J = [-1; 5] \cup (-2; 4) = (-2; 5]$.

→ 3. Cum folosim modulul în exprimarea unui interval de numere reale?

●●●▶ Explorăm ...

Considerăm intervalul $[-2; 2]$, care este simetric față de originea axei. Observăm că toate numerele din acest interval



au proprietatea că distanța de la origine la punctul corespunzător lor pe axa numerelor este cel mult 2.

Reciproc, toate punctele aflate la o distanță de cel mult 2 față de origine aparțin intervalului considerat.

În concluzie $[-2; 2] = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 2\}$.

În general, pentru un număr pozitiv $a \in \mathbb{R}$ avem:

• $[-a; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq a\}$



• $(-a; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < a\}$



●●●▶ Problemă rezolvată

Considerăm mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{R}, x > 0,5 \text{ sau } x < -0,5\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 2\}$ și numărul $a = 1 + \frac{3}{2 \cdot 5} + \frac{4}{5 \cdot 9} + \frac{5}{9 \cdot 14}$.

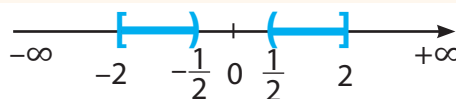
a) Calculează: $A \cup B$ și $A \cap B$; **b)** Arată că $a \in A \cap B$.

Rezolvare:

Cum gândim?	Cum redactăm rezolvarea?
Acordăm atenție cuvântului „sau” din definiția mulțimii A . Scriem mulțimea A ca o reuniune de două intervale. Folosim reprezentări pe axă, pentru a explicita mulțimile.	<p>a) $A = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ $B = \{x \in \mathbb{R}, x \leq 2\} = [-2; 2]$</p> <p>Rezultă $A \cup B = \mathbb{R}$, $A \cap B = \left[-2; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right]$.</p>
Calculăm numărul a , observând legăturile dintre numitori și numărători	<p>b) $a = 1 + \frac{5-2}{2 \cdot 5} + \frac{9-5}{5 \cdot 9} + \frac{14-9}{9 \cdot 14} = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{14} =$ $= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{14} = 1 + \frac{6}{14} = 1\frac{3}{7}$.</p> <p>Cum $\frac{1}{2} < 1\frac{3}{7} \leq 2$, deducem că $a \in \left(\frac{1}{2}; 2\right]$, deci $a \in A \cap B$.</p>



Reuniunea a două intervale este mereu un interval? Justifică răspunsul dat.



Gândim critic și constructiv!

●●●▶ Evaluăm nivelul de bază

Reprezintă prin desen mulțimile:

- a)** $[-3; 3]$; **b)** $\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 1\}$; **c)** $C = (-\infty; 4) \cup [2; +\infty)$; **d)** $D = (-\infty; 4) \cap [2; +\infty)$.

●●●● ▷ **Probleme propuse**

★ **1. Alege răspunsul corect!** Cardinalul mulțimii $(-2; 1) \cap \mathbb{Z}$ este:

- A)** 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3

2. Determină:

- a)** $(1; 2) \cup \{1\}$; **b)** $(-1; 2,5) \cup \{2,5\}$;
c) $(1; \sqrt{2}) \cup \{1,4\}$; **d)** $(-1; 2) \cup \{-1; 2\}$.

3. Determină:

- a)** $[-2; 4] \cap \{4\}$; **b)** $[-2; 4] \cap [4; 8]$;
c) $[-12; 4] \cap [-6; 4]$; **d)** $(-3; 6) \cap (2; +\infty)$.

4. Determină următoarele intersecții:

- a)** $(-\infty; 3) \cap (0; +\infty)$; **b)** $[-7; 3] \cap [\sqrt{2}; 4]$;
c) $(-\infty; 4) \cap [-5; 6]$; **d)** $[-17; 3] \cap \mathbb{N}$;
e) $[-2; 3] \cap \mathbb{Z}$.

5. Determină următoarele reuniuni:

- a)** $(3; 8) \cup [8; 10]$;
b) $(3; 8) \cup [5; 9]$;
c) $(-\infty; 3) \cup (0; +\infty)$;
d) $(1,73; +\infty) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

★★ **6. Scrie cu ajutorul intervalelor următoarele mulțimi:**

- a)** $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 3\}$;
b) $B = \{y \in \mathbb{R} \mid |y| < 8\}$;
c) $C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq \frac{1}{2}\right\}$.

7. Calculează $A \cup B$ și $A \cap B$ pentru:

- a)** $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 7\}$ și $B = \{y \in \mathbb{R} \mid -3 \leq y < 10\}$;
b) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 2\}$ și $B = \{y \in \mathbb{R} \mid |y| < 4\}$;
c) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 9\}$ și $B = \{y \in \mathbb{R} \mid |y| < 6\}$;
d) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 6\}$ și $B = \{y \in \mathbb{R} \mid |y| \leq 8\}$.

★★★ **8. Citește enunțurile:**

- 1** În cazul unui sondaj, procentul participanților la vot a fost cuprins între 45% și 60%, iar în cadrul altuia a fost cuprins între 50% și 65%.
2 La Zoo, s-au născut în captivitate elefanți în perioada 1989 - 2010 și tigri, în perioada 1995 - 2020.

Indică prin operații cu intervale perioadele în care:

- a)** evenimentele au avut loc simultan;
b) s-a produs unul sau altul dintre evenimente.

9. Alege răspunsul corect! Rezultatul calculului $[-2; 4) \cup (0; 6] \cap (-3; 6)$ este:

- A)** $(-3; 6)$ **B)** $(-2; 6)$ **C)** $(-3; 4]$ **D)** $[-2; 6)$

10. Alege răspunsul corect! Care dintre rezultatele următoarelor operații cu intervale nu este un interval?

- A)** $[0; 2) \cup [2; 5)$ **B)** $(-1; 3] \cup [2; 4)$
C) $[1; 4] \cap (-\infty; 2)$ **D)** $[0; 2) \cup (2; +\infty)$

11. Determină numerele întregi a, b pentru care:

- a)** $(a; b) \cap \mathbb{Z} = \{1\}$;
b) $[a; b) \cap \mathbb{Z} = \{1; 2\}$.

★★★★ **12. Determină numerele întregi a și b astfel ca:**
 $(a; b) \cup [2; 4] = [2; b)$ și $(a; b) \cap [3; 5) = [3; b)$.

13. Despre numerele reale a și b se știe că mulțimea $(-\infty; a] \cap [b; +\infty)$ are un singur element. Calculează $(b - a)^{2025}$.



●●●● ▷ **Alege și rezolvă în 5 minute!**

A

Determină $I \cup J$ și $I \cap J$ pentru $I = [-3; 3]$ și $J = (-2; 5)$.

B

Scrie mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| \leq 3,2\}$ sub formă de interval și determină $A \cap \mathbb{Z}$.

C

Determină intervalul I astfel încât $(0; 7) \cup I = (0; 9)$ și $(0; 7) \cap I = (1; 7)$.



► O situație-problemă

Un olar își vinde vasele cu 75 lei bucata. 35% din prețul fiecărei bucăți reprezintă profit. Câte vase ar trebui să vândă olarul pentru a achita împrumutul de 10000 lei făcut pentru modernizarea atelierului?

Pentru a rezolva această problemă, ar trebui să aflăm numărul necunoscut x ,

$$\text{pentru care } \left(\frac{35}{100} \cdot 75\right) \cdot x \geq 10000.$$

Vrem să știm! >>>

Cum rezolvăm inecuațiile de forma $ax + b > 0$ ($\leq, <, \geq$), unde $a, b \in \mathbb{R}$?

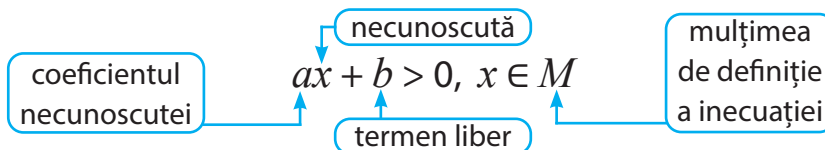
► Ne amintim și extindem

Fiecare dintre scrierile

$$2x + 3 > 0, x \in \mathbb{Z}; \quad 3x - 5 \geq 0, x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}; \quad -x + 3 < 0, x \in \mathbb{Q}; \quad 4x - 15 \leq 0, x \in [0; 7]$$

reprezintă o inecuație cu necunoscuta x .

Inecuația este o inegalitate care conține unul sau mai mulți termeni necunoscuți și care devine adevărată numai pentru anumite valori ale necunoscutelor. Folosim următoarele denumiri:



Definim:

Necunoscuta x ia valori din **mulțimea de definiție** a inecuației. Dacă mulțimea de definiție nu este precizată, se consideră că aceasta este mulțimea \mathbb{R} .

Soluție a unei inecuații este un număr din mulțimea de definiție care transformă inecuația într-o inegalitate adevărată, atunci când înlocuiește necunoscuta.

A rezolva o inecuație înseamnă să scriem mulțimea tuturor soluțiilor inecuației.

Exemple:

În inecuația $4x - 15 \leq 0, x \in [0; 7]$, necunoscutei x i se pot atribui valori numere reale din intervalul $[0; 7]$.

-1 este soluție a inecuației $2x + 3 > 0, x \in \mathbb{Z}$, pentru că $-1 \in \mathbb{Z}$ și inegalitatea $2 \cdot (-1) + 3 > 0$ este adevărată.

-2 nu este soluție a inecuației $2x + 3 > 0$ pentru că $2 \cdot (-2) + 3 > 0$ nu este adevărată.

Mulțimea soluțiilor ecuației $x > 0$ este intervalul $(0; +\infty)$. Notăm $S = (0; +\infty)$.

Două inecuații se numesc **echivalente** dacă au aceeași mulțime a soluțiilor. Prin următoarele transformări obținem **inecuații echivalente**:

Transformarea	Exemple	
Adunăm în ambii membri același număr.	$x + 2 \leq 0$ $x \leq -2$	$x - 5 \geq 0$ $x \geq 5$
Înmulțim sau împărțim ambii membri cu același număr pozitiv nenul.	$3x \leq 6$ $x \leq 2$	$0,5x \geq 5$ $x \geq 10$
Înmulțim sau împărțim ambii membri cu același număr negativ și schimbăm sensul inegalității.	$-3x \leq 6$ $x \geq -2$	$-0,5x \geq -5$ $x \leq 10$



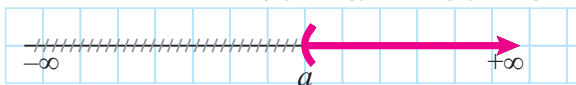
Scrie mulțimea de soluții pentru fiecare dintre inecuațiile din tabel.

Gândim critic și constructiv!

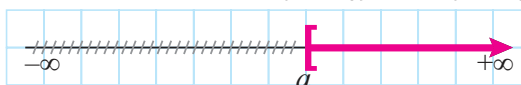
▶ Rezolvăm inecuații

Pentru cele mai simple inecuații procedăm astfel:

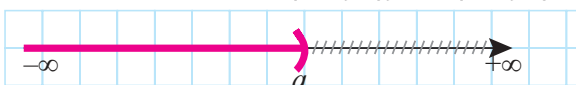
1 $x > a \Leftrightarrow x \in (a; +\infty), S = (a; +\infty)$



2 $x \geq a \Leftrightarrow x \in [a; +\infty), S = [a; +\infty)$



3 $x < a \Leftrightarrow x \in (-\infty; a), S = (-\infty; a)$



4 $x \leq a \Leftrightarrow x \in (-\infty; a], S = (-\infty; a]$



Pentru inecuațiile de forma $ax + b > 0$ ($\leq, <, \geq$), unde $a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}$, procedăm astfel:

Cum gândim:	Cum scriem:	
	5 $\sqrt{2}x - 4 \geq 0, x \in \mathbb{R}$	6 $-1,5x + 3 > 0, x \in [0; 3]$
1 Separăm termenul care conține necunoscuta.	$\sqrt{2}x - 4 \geq 0 \quad +4$ $\sqrt{2}x \geq 4$	$-1,5x + 3 > 0 \quad -3$ $-1,5x > -3$
2 Împărțim ambii membri la coeficientul necunoscutei.	$\sqrt{2}x \geq 4 \quad : \sqrt{2}$ $x \geq 2\sqrt{2}$	$-1,5x > -3 \quad : (-1,5)$ $x < 2$
3 Stabilim mulțimea soluțiilor inecuației.	$S = [2\sqrt{2}; +\infty)$	$S = (-\infty; 2) \cap [0; 3] = [0; 2)$

▶ Rezolvăm situația-problemă

$$\frac{35}{100} \cdot 75 \cdot x - 10000 > 0 \Leftrightarrow \frac{105}{4}x > 10000 \Leftrightarrow x > \frac{10000 \cdot 4}{105} \Leftrightarrow x > \frac{8000}{21} \Leftrightarrow x > 380 \frac{20}{21}$$

Cum $x \in \mathbb{N}$, rezultă că $x \geq 381$. Olarul trebuie să vândă cel puțin 381 de vase.

▶ Evaluăm nivelul de bază

1. Verifică dacă 1 este soluție a inecuației $7x - 6 > 0$.

2. Rezolvă în mulțimea \mathbb{R} inecuațiile: a) $x - 4 > 0$; b) $-6x > 6$; c) $3x - 80 \leq 0$.

▶ Descoperă greșeala

Descoperă cine a greșit în rezolvarea inecuației $\frac{-3x+1}{4} > 0$. Explică în ce constă greșeala în fiecare caz.

Rezolvarea Anei	Rezolvarea lui Tic	Rezolvarea Lizei	Rezolvarea lui Dan
$\frac{-3x+1}{4} > 0$	$\frac{-3x+1}{4} > 0$	$\frac{-3x+1}{4} > 0$	$\frac{-3x+1}{4} > 0$
$-3x+1 > 4$	$-3x+1 > 0$	$-3x+1 > 0$	$-3x+1 > 0$
$-3x > 3$	$-3x > -1$	$-3x > -1$	$-3x > -1$
$x < 1$	$x < \frac{1}{3}$	$x > \frac{1}{3}$	$x < \frac{1}{3}$
$x \in (-\infty; 1)$	$x \in \left(\frac{1}{3}; -\infty\right)$	$x \in \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$	$x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$



●●●▶ **Probleme propuse**

- ★
- Verifică dacă 0 este soluție a inecuațiilor:
 - $3x + 1 > 0$; **b)** $x - 1 \geq 0$;
 - $x + 2 < 0$; **d)** $2x - 4 \leq 0$.
 - Scrive sub formă de interval mulțimea de soluții a fiecăreia dintre inecuațiile:
 - $x \geq -1$; **c)** $x \leq 3$; **e)** $x < -4$;
 - $x < 2$; **d)** $x > -4$; **f)** $x > -\sqrt{2}$.
 - Pentru inecuațiile de mai jos, efectuează transformările sugerate:
 - $2x - 3 > 3x + 1$ | $-2x$
 - $-x + 1 < x + 2$ | $+x$
 - $3x + 4 \geq 2x$ | $\cdot 2$
 - Determină toate numerele naturale care sunt soluții ale inecuației $2x + 3 < 10$.
 - Un camion poate transporta o încărcătură de maxim 10 tone. Dacă un sac de ciment cântărește 20 kg, cu câți saci poate fi încărcat camionul?
 - Rezolvă inecuațiile: **a)** $x + 1 > 0$; **b)** $x + 1 \geq 0$; **c)** $x + 1 < 0$; **d)** $x + 1 \leq 0$; **e)** $2x > -6$.
 - Efectuează transformările sugerate, pentru inecuațiile următoare:
 - $4x - 2 \leq 6x$ | $: 2$
 - $-3x \leq 9$ | $: (-3)$
 - $5 - x > 3x$ | $\cdot (-1)$



- ★★
- Care dintre următoarele numere este soluție a inecuației $2x + 3 < 11$?
 - 1; **b)** 0; **c)** 4; **d)** -2; **e)** 2; **f)** -3;
 - $\frac{17}{5}$; **h)** 3,9; **i)** $2 + \sqrt{5}$; **j)** $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.
 - Care dintre următoarele inecuații au soluția 0,3?
 - $x + 2 \leq 6$; **b)** $-x + 3 < 6$;
 - $x - 2 > 6$; **d)** $-x - 2 \geq 6$;
 - $-x - 2 \leq -1$; **f)** $x - 3 > -6$.
 - Rezolvă inecuațiile următoare:
 - $2x \leq 4$; **b)** $3x < 6$; **c)** $4x \geq 2$;
 - $-2x \leq 6$; **e)** $x + 2 \geq 3$; **f)** $-x + 1 < 0$;
 - $\frac{x}{2} - \frac{1}{3} < 0$; **h)** $\frac{2x+1}{-3} \geq 0$; **i)** $\frac{x}{3} - 0,6 > 0$;
 - $1 \leq 2 + x$; **k)** $-4 > -x + 1$; **l)** $3x - 9 < 0$;
 - $4 + 8x \leq 0$; **n)** $2x - 3 \leq 0,5$; **o)** $8 - 4x > 0$;
 - $3 - 2x < 6 - 4x$; **q)** $6x - 2 > 8 - 2x$.

- ★★★
- Rezolvă inecuațiile următoare:
 - $3x \leq 9, x \in \mathbb{N}$; **b)** $-x \geq -4, x \in \mathbb{N}^*$;
 - $x + 2 \leq -1, x \in \mathbb{Z}$; **d)** $2x - 1 < 5, x \in \mathbb{N}$;
 - $-3x < 6, x \in \mathbb{Z}$; **f)** $4x - 1 < 9, x \in \mathbb{N}^*$.
 - Rezolvă inecuațiile:
 - $0 \cdot x + 1 \geq 0, x \in \mathbb{R}$; **b)** $0 \cdot x + 2 < 0, x \in \mathbb{R}$;
 - $0 \cdot x - 3 \leq 0, x \in \mathbb{R}$; **d)** $0 \cdot x - 4 > 0, x \in \mathbb{R}$.
 - Scrive sub formă de interval și reprezintă pe axa numerelor următoarele mulțimi:
 - $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 1 \leq 5\}$;
 - $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{x-1}{3} \geq -2\right\}$;
 - $C = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2}x + 2 > -1\right\}$.

- ★★★★
- Determină mulțimea valorilor lui m pentru care 2 este soluție a inecuației $2x - m > 4$.
 - Alege răspunsul corect! Numărul m pentru care inecuația $mx \leq x + 4$, are soluția $[-2; +\infty)$ este:
 - 2; **B)** 3; **C)** -1; **D)** -2.
 - Determină cel mai mic număr întreg care verifică inecuația $(1 - \sqrt{2})x - \sqrt{3} < 0$.
 - Rezolvă $\frac{x}{1 \cdot 3} + \frac{x}{3 \cdot 5} + \frac{x}{5 \cdot 7} + \frac{x}{7 \cdot 9} + \frac{x}{9 \cdot 11} < \frac{1}{2}$.

●●●▶ **Alege și rezolvă în 5 minute!**

A —
 Determină mulțimea
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 1,5 < 0\}$.

B —
 Determină mulțimea
 $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 0,3x - 1,3 < 0\}$.

C —
 Determină valorile lui x pentru care succesiunea numerelor pe axă este cea indicată:

A horizontal number line with an arrow pointing to the right. There are three points marked on the line: the first point is labeled 'x', the second point is labeled '-2', and the third point is also labeled '-2'.