Ion TUDOR

matematică

aritmetică, geometrie

• Modalități de lucru diferențiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

5

Ediția a VIII-a, revizuită

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3022/08.01.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa școlară în vigoare pentru clasa a V-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Andreea Roșca, Roxana Pietreanu
Tehnoredactare: Iuliana Ene, Adriana Vlădescu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
TUDOR, ION
Matematică – aritmetică, algebră, geometrie :
modalități de lucru diferențiate, pregătire suplimentară
prin planuri individualizate : caiet de lucru – 5 /
Ion Tudor. – Ed. a 8-a, reviz. – Pitești : Paralela 45, 2024 –
2 vol.
ISBN 978-973-47-4110-6
Partea 1. – 2024. – ISBN 978-973-47-4111-3
51

COMENZI – CARTEA PRIN POŞTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Piteşti,
jud. Argeş, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: **comenzi@edituraparalela45.ro**
sau accesaţi **www.edituraparalela45.ro**

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparalela45.ro

Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebita plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 10 puncte din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(5p) **1.** Rezultatul calculului 9×8 este egal cu:
A. 64; B. 54; C. 72; D. 56.

(5p) **2.** Dublul numărului 50 este egal cu:
A. 40; B. 100; C. 120; D. 60.

(5p) **3.** Cel mai mic număr impar de trei cifre diferite este:
A. 102; B. 123; C. 111; D. 103.

(5p) **4.** Numărul natural par de patru cifre mai mare decât 9996 este egal cu:
A. 9998; B. 9997; C. 9999; D. 9996.

(5p) **5.** Numărul mai mare cu 385 decât 617 este egal cu:
A. 1042; B. 1002; C. 1012; D. 1210.

(5p) **6.** Numărul mai mic cu 407 decât 913 este egal cu:
A. 506; B. 605; C. 496; D. 560.

(5p) **7.** Numărul de 6 ori mai mare decât 75 este egal cu:
A. 750; B. 475; C. 460; D. 450.

(5p) **8.** Câtul împărțirii 182 : 7 este egal cu:
A. 24; B. 37; C. 26; D. 35.

(5p) **9.** Rezultatul calculului $6 - 2 : 2$ este egal cu:
A. 4; B. 2; C. 7; D. 5.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

(7p) **1.** Calculați $10 \cdot [235 : 5 + 92 : (23 \cdot 6 - 134)]$.

(8p) **2.** Se consideră numerele naturale $\overline{86x1}$ și $\overline{8x51}$. Determinați cifra x pentru care $\overline{86x1} < \overline{8x51}$.

3. Radu a cheltuit suma de 270 lei în patru zile. În prima zi a cheltuit a treia parte din sumă, în ziua următoare a cheltuit a cincea parte din suma rămasă, iar suma cheltuită a treia zi a fost egală cu diferența sumelor de bani cheltuite în primele două zile.

(8p) a) Calculați suma de bani cheltuită a doua zi.

(7p) b) Calculați suma de bani cheltuită a treia zi.

(7p) c) Calculați suma de bani cheltuită a patra zi.

(8p) **4.** Adunând succesorul și predecesorul numărului natural A obținem 5310. Determinați numărul natural A.

ALGEBRĂ

Capitolul I

NUMERE NATURALE

Lecția 1. Scrierea şi citirea numerelor naturale

Citesc și rețin

Scrierea unui număr natural se face cu ajutorul a zece simboluri numite **cifre**. Acestea sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Cu ajutorul acestora putem scrie numere naturale cu două sau mai multe cifre, respectând următoarele reguli:

• prima cifră a unui număr natural format din două sau mai multe cifre este diferită de zero;

• în scrierea unui număr natural orice cifră se poate repeta sau nu.

Acest mod de scriere a unui număr natural se numește **scriere în sistem zecimal** sau **scriere în baza zece**, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat superior.

Un număr natural de două cifre se scrie $\overline{ab}$, $a \neq 0$, iar $\overline{ba}$ se numește **răsturnatul** său dacă $b \neq 0$.

Un număr natural de trei cifre se scrie $\overline{abc}$, $a \neq 0$, iar $\overline{cba}$ se numește **răsturnatul** său dacă $c \neq 0$ și așa mai departe.

Citirea unui număr natural se face grupând cifrele câte trei de la dreapta spre stânga. Aceste grupe se numesc **clase**. În ordine, de la dreapta la stânga avem: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioanelor, clasa miliardelor etc. Cele trei cifre din fiecare clasă reprezintă de la dreapta la stânga cifra de ordinul unităților, cifra de ordinul zecilor, respectiv cifra de ordinul sutelor de unități din clasa respectivă. Din acest motiv, scrierea numerelor naturale în baza zece este o scriere pozițională, deoarece valoarea fiecărei cifre este dată de poziția pe care o ocupă.

s	*z*	*u*	*s*	*z*	*u*	*s*	*z*	*u*	*s*	*z*	*u*
clasa miliardelor			clasa milioanelor			clasa miilor			clasa unităților		

Numere naturale pare. Numere naturale impare

Orice număr natural care are cifra unităților 0, 2, 4, 6 sau 8 se numește **număr par**.

Orice număr natural care are cifra unităților 1, 3, 5, 7 sau 9 se numește **număr impar**.

Numerele naturale scrise în ordinea succesivă: 0, 1, 2, ..., 9, 10, 11, ..., 99, 100, 101, ... formează **șirul numerelor naturale**.

Dacă n este un număr natural mai mare ca zero, atunci numărul $n - 1$ se numește **predecesorul** său, iar numărul $n + 1$ se numește **succesorul** său.

Dacă n este un număr natural, atunci n și $n + 1$ se numesc **numere naturale consecutive**.

Cum se aplică?

1. Scrieți următoarele numere naturale:
a) șase mii cincizeci și patru; b) nouăzeci și trei de mii cinci;
c) cinci sute șase mii treizeci.

Soluție:
a) 6054; b) 93005; c) 506030.

2. Se consideră numărul $\underline{6}$ 3 0 4 $\underline{8}$ $\underline{1}$ 7 5. Precizați clasa și ordinul cifrelor subliniate.

Soluție:
Cifra 1 face parte din clasa unităților și este de ordinul sutelor.
Cifra 8 face parte din clasa miilor și este de ordinul unităților.
Cifra 6 face parte din clasa milioanelor și este de ordinul zecilor.

3. Determinați numerele naturale impare de forma $\overline{3x7y}$ care au suma cifrelor egală cu 17.

Soluție:
$3 + x + 7 + y = 17$, deci $x + y = 17 - 10$, de unde rezultă că $x + y = 7$. Deoarece numerele $\overline{3x7y}$ sunt impare, deducem că y poate fi 1, 3, 5 sau 7, prin urmare valorile corespunzătoare ale lui x sunt 6, 4, 2, respectiv 0. Numerele cerute sunt: 3671, 3473, 3275 și 3077.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți următoarele numere naturale:
a) 4123; b) 5017; c) 6704; d) 9820;
e) 12345; f) 42038; g) 50821; h) 83106.

2. Citiți următoarele numere naturale:
a) 523149; b) 603468; c) 700207; d) 206046;
e) 1020400; f) 2203109; g) 6006005; h) 40401108.

3. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.
a) Numerele naturale de două cifre diferite scrise cu cifrele 1 și 8 sunt:
....
b) Numerele naturale de trei cifre (nu toate identice) scrise cu cifrele 2 și 5 sunt:
....
c) Numerele naturale de trei cifre diferite scrise cu cifrele 0, 4 și 9 sunt:
....

4. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.
a) Numerele naturale impare de trei cifre diferite scrise cu cifrele 1, 6 și 9 sunt:
....
b) Numerele naturale pare de trei cifre diferite scrise cu cifrele 0, 5 și 8 sunt:
....

5. Scrieți următoarele numere naturale:

a) nouă mii trei sute unu ....; b) două mii nouă sute doi .... ;
c) cinci mii treizeci și nouă ....; d) patru mii șaizeci și patru .... ;
e) douăsprezece mii cinci ....; f) nouăsprezece mii șapte ....

6. Scrieți un număr natural de:

a) patru cifre care să aibă cifra sutelor 8;
b) patru cifre care să aibă cifra zecilor 0;
c) cinci cifre care să aibă cifra zecilor de mii 1;
d) șase cifre care să aibă cifra sutelor de mii 9.

7. Scrieți următoarele numere naturale:

a) o sută două mii șaptezeci; ....
b) șapte sute șapte mii nouă; ....
c) nouă sute cincisprezece mii opt; ....
d) cinci sute patru mii o sută șase. ....

8. Scrieți un număr natural de:

a) cinci cifre care să aibă cifra sutelor 2 și cifra zecilor de mii 8;
b) cinci cifre care să aibă cifra zecilor 4 și cifra zecilor de mii 3;
c) șase cifre care să aibă cifra unităților 5 și cifra zecilor de mii 9;
d) șase cifre care să aibă cifra unităților 3 și cifra sutelor de mii 6.

9. Scrieți următoarele numere naturale:

a) un milion două sute patru mii o sută doi;
b) trei milioane douăzeci de mii șapte sute;
c) treizeci și unu de milioane o sută de mii douăzeci;
d) șaizeci și cinci de milioane două mii opt sute cinci.

10. Completați următorul tabel:

Numărul	Numărul unităților reprezentate de cifra					
683245	3	4	8	6	5	2

11. Completați tabelul următor, unde m și n sunt numere naturale consecutive:

m	72	105			5628		11018	
n			825	740		7024		312510

12. Completați următorul tabel, unde m și n sunt numere naturale consecutive de aceeași paritate:

m	65			504			10861	
n		108	411		4627	8002		701156

13. Dacă propoziția este adevărată, încercuiți litera A, iar dacă propoziția este falsă, încercuiți litera F.

a) Dacă m și n sunt două numere naturale consecutive, atunci $n = m + 1$. A F

b) Dacă m și n sunt două numere naturale consecutive de aceeași paritate, atunci $n = m + 2$. A F

14. În tabelul următor este înregistrat numărul de pagini citite de Radu, în cinci zile, din romanul *Doi ani de vacanță*, scris de Jules Verne.

Ziua	Luni	Marți	Miercuri	Joi	Vineri
Numărul de pagini	47	50	57	48	59

a) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale consecutive ....
b) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale pare consecutive ....
c) Folosind informațiile din tabel, precizați zilele în care numerele de pagini citite sunt două numere naturale impare consecutive ....

15. Completați tabelul următor:

Numărul	75	100	5279	10692				
Predecesorul					89		9273	
Succesorul						407		51180

16. Scrieți numerele naturale de două cifre care sunt egale cu răsturnatele lor.

17. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

a) Dacă numărul natural $\overline{6140a}$ are cifrele diferite și este par, atunci cifra a este:
A. 2; B. 2 sau 5; C. 2 sau 8; D. 8.

b) Dacă numărul natural $\overline{5219x}$ are cifrele diferite și este impar, atunci cifra x este:
A. 7 sau 5; B. 3; C. 7; D. 3 sau 7.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

18. Precizați clasa și ordinul cifrelor subliniate:
a) $29\underline{4}05$; b) $6\underline{0}178$; c) $\underline{9}4169$; d) $542\underline{9}4$;
e) $3\underline{4}1524$; f) $91\underline{7}284$; g) $502\underline{4}88$; h) $\underline{6}84001$.

19. Scrieți răsturnatele următoarelor numere naturale:
a) 45; b) 72; c) 283; d) 105;
e) 7529; f) 5824; g) 41705; h) 12359.

20. Scrieți numerele naturale:
a) pare de forma $\overline{1x7x}$; b) impare de forma $\overline{35xx}$.

21. Determinați numerele naturale impare de patru cifre (nu toate identice) care sunt egale cu răsturnatele lor și au:
a) cifra zecilor egală cu 4; b) cifra sutelor egală cu 5.

22. Scrieți numerele pare de forma:
a) $\overline{51xy}$, unde $x = 2y$; b) $\overline{8x5y}$, unde $x = 3y$; c) $\overline{47xy}$, unde $y = 4x$.

Exerciții și probleme de dificultate medie

23. i) Determinați numerele naturale de forma $\overline{xyz}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, care îndeplinesc condiția $x = y + z$ în următoarele cazuri:
a) $\overline{3yz}$; b) $\overline{5yz}$.

ii) Determinați numerele naturale de forma $\overline{xyz}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, $z \neq 0$, care îndeplinesc condiția $y = x \cdot z$ în următoarele cazuri:

a) $\overline{x9z}$;   b) $\overline{x6z}$.

24. Determinați numerele naturale de forma $\overline{4x3y}$ care au produsul cifrelor egal cu:

a) 24;   b) 36.

25. Determinați numerele naturale pare de forma $\overline{56xy}$ care au suma cifrelor egală cu:

a) 15;   b) 16.

26. Câte cifre sunt necesare pentru scrierea numerelor naturale mai mici sau egale cu 1000?

27. Pentru scrierea primelor 100 de numere naturale nenule precizați de câte ori se folosește:

a) cifra 0;   b) cifra 1.

28. Pentru scrierea numerelor naturale pare de două cifre precizați de câte ori se folosește:

a) cifra 7;   b) cifra 6.

29. Notăm cu S suma numerelor naturale impare de câte două cifre care au cifra zecilor număr par. Determinați paritatea sumei S.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

30. Determinați numerele naturale impare de forma $\overline{1xy3z}$ care au produsul cifrelor egal cu:

a) 60;   b) 54.

31. Determinați numărul natural $\overline{abc}$, $a \neq 0$, știind că cifrele sale sunt trei numere naturale consecutive de aceeași paritate, a căror sumă este egală cu 21.

32. Notăm cu S suma numerelor naturale impare mai mici decât numărul $\overline{abc}$, $a \neq 0$. Determinați paritatea sumei pentru:

a) $\overline{abc} = 102$;   b) $\overline{abc} = 201$.

33. Câte numere naturale de trei cifre sunt egale cu răsturnatele lor?

34. Precizați câte numere naturale de trei cifre diferite două câte două au toate cifrele:

a) impare;   b) pare.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

35. Pe tablă sunt scrise numerele 1, 2, 3, ..., 1001. Se aleg trei numere și din suma celor două numere mai mari se scade numărul cel mai mic, diferența obținută se scrie pe tablă, iar cele trei numere se șterg. Se repetă procedeul până când pe tablă rămâne un singur număr. Determinați paritatea acestui număr.

36. Determinați numerele naturale de trei cifre care au suma cifrelor de trei ori mai mare decât suma cifrelor succesorilor lor.

37. Determinați numerele naturale $\overline{abcd}$, cu $a \neq 0$ și $b \neq 0$, care îndeplinesc condiția: dacă se șterge cifra a, devin de nouă ori mai mici.

Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieți numărul natural:
a) cinci mii șaizeci și doi; b) optsprezece mii treisprezece;
c) de șase cifre care are cifra zecilor șapte și cifra sutelor de mii patru.

(3p) **2.** Se consideră numărul 2835076. Precizați clasa și ordinul cifrelor:
a) 0; b) 3; c) 2.

(3p) **3.** Determinați numerele naturale impare de forma $\overline{71x2y}$ care au produsul cifrelor egal cu 84.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă

Citesc și rețin

O dreaptă d pe care se fixează un punct O numit **origine**, se stabilește un **sens de parcurgere** indicat de o săgeată (de la origine spre dreapta) și se alege o **unitate de măsură** (un segment MN de lungime oarecare), se numește **axa numerelor**.

Fiecărui număr natural n îi corespunde un punct pe axa numerelor care se obține măsurând de la origine spre dreapta n unități de măsură.

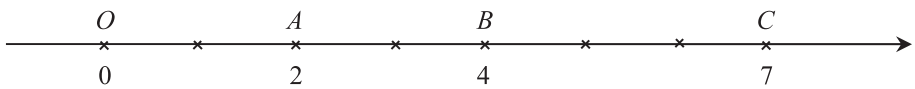
Numărul natural n se va numi **coordonata** punctului respectiv.

Coordonata originii este numărul natural 0.

Cum se aplică?

1. Reprezentați pe axă numerele: 0, 2, 4, 7, alegând drept unitate de măsură un segment cu lungimea de 1 cm.

Soluție:



20. Știind că cel mai mare divizor comun al numerelor $\overline{ab}$ și $\overline{ba}$ este 1, $a \neq 0$ și $b \neq 0$, aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor $\overline{abab}$ și $\overline{baba}$.

Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor. Numărul natural 30 este un multiplu comun al numerelor:
a) 5, 6, 10; b) 2, 3, 15; c) 5, 9, 30.

(3p) **2.** Completați tabelul următor:

Numerele	4 și 5	6 și 8	8 și 10
c.m.m.m.c.			

(3p) **3.** Determinați cel mai mic număr de savarine care pot fi așezate și câte 8, și câte 12, și câte 18 pe un platou.

Lecția 22. Numere prime. Numere compuse

Citesc și rețin

Definiție: Un număr natural n, $n \geq 2$, se numește **prim** dacă se divide numai cu 1 și cu n.

Definiție: Un număr natural n, $n \geq 2$, se numește **compus** dacă nu este prim.

Observații

1. Numerele naturale 0 și 1 nu sunt prime, dar nu sunt nici compuse.

2. Numărul natural 2 este singurul număr **prim** și **par**.

Cum se aplică?

1. Scrieți numărul natural 10 ca sumă de:
a) două numere prime; b) două numere compuse.

Soluție:
a) $10 = 5 + 5$ sau $10 = 3 + 7$; b) $10 = 4 + 6$.

2. Suma a patru numere naturale prime consecutive este un număr prim. Determinați suma celor patru numere naturale prime consecutive.

Soluție:

Dacă notăm cu s suma celor 4 numere prime consecutive, rezultă că $s > 2$ și cum s este prim deducem că s este număr impar, deci cele 4 numere prime consecutive nu pot fi toate impare, așadar unul dintre ele este 2, iar celelalte sunt 3, 5 și 7, prin urmare $s = 17$.

3. Determinați numerele naturale prime x și y care îndeplinesc condiția $4x + 7y = 63$.

Soluție:

$4x + 7y = 63$, deci $4x = 63 - 7y$, sau $4x = 7(9 - y)$, de unde rezultă că $7 \mid x$ și deoarece x este număr prim înseamnă că $x = 7$; $4 \cdot 7 + 7y = 63$, deci $7y = 63 - 28$ sau $7y = 35$, de unde rezultă că $y = 35 : 7$ și obținem $y = 5$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Scrieți numerele naturale prime mai mici decât 20.

2. Dintre următoarele numere naturale, subliniați-le pe cele care sunt prime:
a) 23; b) 29; c) 31; d) 37; e) 39; f) 41; g) 47; h) 51; i) 59.

3. Dintre următoarele numere naturale, subliniați-le pe cele care sunt compuse:
a) 21; b) 27; c) 35; d) 43; e) 49; f) 53; g) 57; h) 61; i) 87.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Scrieți ca sumă de două numere prime următoarele numere naturale:
a) 15; b) 12; c) 10; d) 14; e) 16; f) 18; g) 20; h) 22; i) 24.

5. Scrieți ca sumă de două numere compuse următoarele numere prime:
a) 13; b) 17; c) 19; d) 23.

6. Determinați numerele prime a și b, care îndeplinesc condiția:
a) $a + b = 25$; b) $a - b = 29$; c) $a + b = 49$; d) $a - b = 51$.

7. Determinați numerele prime a și b, care îndeplinesc condiția:
a) $a \cdot b = 38$; b) $a \cdot b = 74$; c) $a \cdot b = 86$; d) $a \cdot b = 58$.

8. Scrieți ca sumă de trei numere prime următoarele numere naturale:
a) 15; b) 20; c) 21; d) 26.

9. Determinați cifra x pentru care următorul număr natural este prim:
a) $\overline{6x}$; b) $\overline{8x}$; c) $\overline{7x}$; d) $\overline{9x}$.

10. Determinați cele mai mici două numere naturale pare consecutive, de două cifre, cu proprietatea că răsturnatele lor sunt numere prime.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Determinați cifra x pentru care numerele naturale de forma:
a) $\overline{2x}$ și $\overline{4x}$ sunt simultan prime; b) $\overline{2x}$ și $\overline{5x}$ sunt simultan prime;
c) $\overline{3x}$ și $\overline{5x}$ sunt simultan prime; d) $\overline{4x}$ și $\overline{6x}$ sunt simultan prime.

12. Pentru $n = 1$, $n = 2$ și $n = 3$, verificați dacă numerele naturale de forma $3n + 2$, $4n + 1$ și $5n + 2$ sunt toate prime sau toate compuse.

13. Suma a trei numere naturale consecutive este un număr prim. Determinați cele trei numere.

14. Pentru n număr natural, arătați că următoarele numere naturale sunt compuse:
a) $3^n + 7$; b) $5^n + 3$; c) $7^n + 9$; d) $3^n + 5$.

15. Suma a șase numere naturale prime consecutive este un număr prim. Determinați suma celor șase numere naturale prime.

16. Determinați numerele naturale prime x și y care îndeplinesc condiția:
a) $5x + 7y = 31$; b) $9x - 5y = 53$; c) $3x + 11y = 37$.

17. Determinați numerele naturale prime x și y care îndeplinesc condiția:
a) $9x + 5y = 60$; b) $7x - 4y = 49$; c) $8x + 3y = 63$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

18. Arătați că orice număr prim mai mare decât 3 este de forma $3k + 1$ sau $3k + 2$, unde k este un număr natural.

19. Arătați că orice număr prim mai mare decât 5 este de forma $6k + 1$ sau $6k + 5$, unde k este un număr natural.

20. Determinați numărul prim p, $p > 3$, pentru care numerele naturale $p - 2$ și $p + 2$ sunt de asemenea prime.

21. Dacă n este număr natural, arătați că numărul:
a) $2^{n+4} \cdot 5^n - 1$ este compus; b) $2^{n+5} \cdot 5^n + 1$ este compus;
c) $2^n \cdot 5^{n+3} + 7$ este compus; d) $2^n \cdot 5^{n+4} - 1$ este compus.

22. Determinați numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, pentru care numărul $\overline{ab0ab}$ este produsul a cinci numere prime consecutive.

23. Determinați cel mai mic număr prim, care împărțit la un număr prim dă câtul număr prim și restul cel mai mic număr prim de două cifre.

24. Determinați cel mai mic număr natural compus care împărțit la un număr prim dă câtul număr prim și restul număr prim de două cifre.

25. Determinați cel mai mic număr prim care împărțit la un număr prim dă câtul număr prim și restul număr prim, cele patru numere prime fiind diferite două câte două.

26. Determinați numărul natural n pentru care numerele $2n + 1$, $5n + 2$ și $7n + 6$ sunt simultan prime.

27. Putem scrie primele 49 de numere naturale nenule pe o tablă 7×7, astfel încât fiecare pătrat al tablei să conțină câte un număr și orice două numere prime să nu fie vecine? Spunem că două numere de pe tablă sunt vecine dacă sunt situate în pătrate care au o latură comună, sau un vârf comun.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 11/2023)

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

28. Arătați că există numai trei numere naturale impare și consecutive care sunt și prime.

29. Determinați numărul natural n pentru care următoarele numere sunt simultan prime:

a) $2^n + 3^n$, $2^{n+1} + 3^n$, $2^{n+2} + 3^n$ și $2^{n+3} + 3^n$;

b) $2^n + 3^n$, $2^n + 3^{n+1}$, $2^n + 3^{n+2}$ și $2^n + 3^{n+3}$.

(I. Tudor, *Gazeta Matematică* nr. 12/2021)

30. Determinați numerele naturale a, b, c și d, prime consecutive, nu neapărat în această ordine, pentru care numerele $abc - d$, $abc + d$, $abc - d^2$, $abc + d^2$, $abc - d^3$ și $abc + d^3$ sunt simultan prime.

Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieți numerele naturale:

a) prime de forma $\overline{4x}$; b) compuse de forma $\overline{5x}$.

(3p) **2.** Determinați numerele naturale prime de două cifre diferite, cu proprietatea că răsturnatele lor sunt numere prime.

(3p) **3.** Determinați numerele prime a și b, care îndeplinesc condiția: $7a + 5b = 90$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(1p) **1.** Cel mai mic numărul natural prim de două cifre diferite este:
A. 11; B. 12; C. 13; D. 15.

(1p) **2.** Divizorii comuni ai numerelor naturale 8 și 12 sunt:
A. 1, 2, 4; B. 0, 4; C. 1, 8; D. 1, 2, 6.

(1p) **3.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale 18 și 27 este:
A. 36; B. 54; C. 63; D. 81.

(1p) **4.** Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 32 și 40 este:
A. 4; B. 10; C. 16; D. 8.

(1p) **5.** Scriind numărul natural 45 ca sumă de două numere prime, obținem:
A. $45 = 6 + 39$; B. $45 = 7 + 38$; C. $45 = 2 + 43$; D. $45 = 5 + 40$.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvările complete:

(1p) **1.** Determinați cel mai mare număr de săli de clasă în care pot fi expuse în mod egal 45 de tablouri și 75 de ghivece cu flori.

(1p) **2.** Determinați cel mai mic număr de pachete de biscuiți care pot fi depozitate și câte 15 într-o cutie, și câte 21 într-o cutie, și câte 35 într-o cutie.

(1p) **3.** Determinați numerele prime a și b, care verifică condiția: $11a + 9b = 67$.

(1p) **4.** Determinați cel mai mic număr compus care împărțit la un număr prim dă câtul număr prim și restul număr prim, cele trei numere prime fiind diferite.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

(1p) **1.** Primii trei multipli comuni ai numerelor naturale 6 și 9 sunt:
A. 1, 12, 36; B. 0, 18, 36; C. 1, 18, 27; D. 0, 36, 54.

(1p) **2.** Numărul natural $\overline{1x}$ este prim dacă cifra x este egală cu:
A. 1, 3, 7 sau 9; B. 3 sau 7; C. 1 sau 9; D. 1, 3, 5 sau 9.

(1p) **3.** Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 27 și 36 este egal cu:
A. 18; B. 7; C. 9; D. 12.

(1p) **4.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor naturale 16 și 40 este:
A. 48; B. 64; C. 72; D. 80.

(1p) **5.** Scriind numărul natural 39 ca diferență de două numere prime, obținem:
A. $39 = 42 - 3$; B. $39 = 41 - 2$; C. $39 = 45 - 6$; D. $39 = 50 - 11$.

Fişă pentru portofoliul elevului

Numele și prenumele:
Clasa a V-a
Capitolul: Divizibilitatea numerelor naturale
Se acordă 10 puncte din oficiu.

I. Dacă propoziția este adevărată, subliniați litera A, iar dacă propoziția este falsă, subliniați litera F.

(7p) **1.** Cel mai mare divizor comun al numerelor 16 și 24 este 12. A F
(7p) **2.** Cel mai mic multiplu comun al numerelor 10 și 25 este 50. A F
(7p) **3.** Suma numerelor compuse de o cifră este egală cu 27. A F

II. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect.

(7p) **1.** Cel mai mic număr natural compus de două cifre, care are suma cifrelor divizibilă cu 10 este ....
(7p) **2.** Numărul natural $\overline{5x}$ este prim pentru cifra $x =$ ....
(7p) **3.** Dacă a și b, $a < b$, sunt două numere prime care au suma egală cu 63, atunci $b =$ ....

III. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(8p) **1.** Cel mai mic număr de creioane colorate care pot fi împărțite în mod egal și la 16 copii, și la 20 de copii este egal cu:
A. 80; B. 75; C. 60; D. 96.

(8p) **2.** Numerele naturale $\overline{2x}$, $\overline{5x}$ și $\overline{7x}$ sunt simultan prime când cifra x este egală cu:
A. 3 sau 9; B. 1; C. 7; D. 3 sau 7.

(8p) **3.** Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale 30 și $\overline{4x}$ este egal cu 6, când cifra x este egală cu:
A. $x = 4$ sau $x = 6$; B. $x = 5$; C. $x = 7$; D. $x = 2$ sau $x = 8$.

La exercițiile IV. și V. scrieți pe fișă rezolvările complete.

IV. *(8p)* Determinați numărul natural $\overline{abc}$, $a \neq 0$, pentru care numărul $\overline{abcabc}$ este produsul a șapte numere naturale prime și consecutive.

V. *(8p)* a) Determinați primele $2n$, $n > 1$, numere naturale prime și consecutive a căror sumă o notăm cu S, știind că printre acestea există două care au produsul egal cu S.
(8p) b) Determinați primele $2n + 1$, $n > 1$, numere naturale prime și consecutive care au suma egală cu S, știind că printre acestea există două a căror sumă, notată cu S_1, îndeplinește condiția $S_1^2 = S$.

Model de test pentru Evaluarea Națională
Capitolul: Divizibilitatea numerelor naturale

PARCUL NAȚIONAL PIATRA CRAIULUI

Parcul Național Piatra Craiului, cu suprafața de 14800 ha, se află pe teritoriul județelor Argeș și Brașov. Crearea Parcului Național Piatra Craiului a fost motivată de originalitatea geografică a masivului muntos Piatra Craiului și de biodiversitatea florei și faunei.

Pentru a răspunde la cerințele 1-3, citiți următorul text:

Mihai, elev de clasa a V-a, a căutat pe internet informații despre cele mai înalte vârfuri din masivul muntos Piatra Craiului, unde urma să meargă într-o expediție împreună cu părinții. Informațiile obținute sunt înregistrate în următorul tabel:

Numele vârfului	Vârful Ascuțit	Piatra Mică	Pietricica	Piscul Baciului
Înălțimea	2150 m	1816 m	1764 m	2237 m

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Conform informațiilor din tabel, numele vârfului muntos a cărui înălțime este un număr natural multiplu al lui 10 este:

A. Vârful Ascuțit; B. Piatra Mică; C. Pietricica; D. Piscul Baciului.

2. Conform informațiilor din tabel, înălțimea vârfului muntos Piatra Mică este un număr natural divizibil cu:

A. 3; B. 4; C. 5; D. 9.

3. Conform informațiilor din tabel, numele vârfului muntos a cărui înălțime este un număr natural divizibil cu 9 este:

A. Vârful Ascuțit; B. Piatra Mică; C. Pietricica; D. Piscul Baciului.

Pentru a răspunde la cerințele 4-6, citiți următorul text:

Mihai a programat împreună cu părinții săi expediția din masivul muntos Piatra Craiului în luna august.

Expediția avea ca obiectiv traversarea vârfului Piatra Mică într-o singură zi, urmând un traseu turistic marcat.

La ora 8, înainte de a porni ascensiunea, cele 21 kg de echipament, apă și hrană au fost repartizate astfel: cantitatea din rucsacul tatălui se exprimă prin cel mai mic număr prim de două cifre, iar cantitățile repartizate mamei și lui Mihai sunt două numere compuse, rucsacul lui Mihai fiind cel mai ușor. Datorită consumului de apă până la ora 13 când au ajuns în vârf, rucsacul mamei cântărea mai puțin cu 2 kg, iar după masa de la ora 13 și rucsacul tatălui cântărea mai puțin cu 2 kg. În aceste condiții, o parte din cantitatea de echipament din rucsacul tatălui, exprimată printr-un număr natural, a fost mutată în rucsacul mamei. După această operație, Mihai a observat că numerele prin care se exprimă cantitățile de echipament din cele trei rucsacuri au cel mai mic multiplu comun pe 40.

4. Precizați cantitățile de echipament, apă și hrană repartizate la ora 8 tatălui, mamei și lui Mihai.

5. Precizați cantitățile de echipament, apă și hrană repartizate tatălui, mamei și lui Mihai după masa de la ora 13.

6. Cantitățile de echipament, apă și hrană, repartizate tatălui, mamei și lui Mihai, după masa de la ora 13:00, puteau fi exprimate prin numere prime?

Pentru a răspunde la cerințele 7-9, citiți următorul text:

În masivul muntos Piatra Craiului, pe lângă cabanele Plaiul Foii, Gura Râului și Curmătura Brusturet, funcționează și refugiul montan Vârful Ascuțit.

Distanțele (exprimate în km) dintre cabana Plaiul Foii și cabanele Gura Râului, respectiv Curmătura Brusturet (situate pe trasee diferite) sunt egale cu $\overline{ab}$, $0 < a < b$, *respectiv* $\overline{aa}$, *lungimile traseelor Plaiul Foii – Gura Râului – Vârful Ascuțit și Plaiul Foii – Curmătura Brusturet – Vârful Ascuțit (exprimate în km) sunt egale cu* $\overline{ba}$, *respectiv* $\overline{bb}$, *iar distanța de la cabana Plaiul Foii la refugiul montan Vârful Ascuțit, pe un alt traseu (mai dificil), este egală cu media aritmetică a numerelor* $\overline{ab}$, $\overline{ba}$, $\overline{aa}$ *și* $\overline{bb}$. *Se știe că dintre numerele naturale* $\overline{ab}$, $\overline{ba}$, $\overline{aa}$ *și* $\overline{bb}$ *numai unul este compus, iar suma lor se divide cu* 2^b.

7. Determinați distanțele dintre cabana Plaiul Foii și cabanele Gura Râului, respectiv Curmătura Brusturet.

8. Calculați lungimea traseului Gura Râului – Vârful Ascuțit – Curmătura Brusturet.

9. Determinați distanța dintre cabana Plaiul Foii și refugiul montan Vârful Ascuțit.

Capitolul III
FRACȚII ORDINARE

Lecția 23. Fracții ordinare

Citesc și rețin

Definiție: O pereche de numere naturale a și b, $b \neq 0$, scrisă sub forma $\frac{a}{b}$, se numește **fracție ordinară**. Notația $\frac{a}{b}$ se citește „a **supra** b”.

Numerele naturale a și b se numesc **numărătorul**, respectiv **numitorul** fracției și sunt separate prin **linia de fracție**.

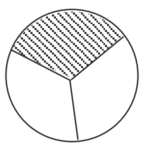
Numitorul unei fracții ne arată în câte părți egale a fost împărțit întregul, iar numărătorul ne arată câte astfel de părți au fost luate.

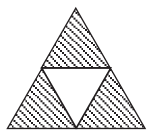
Observație: Oricare ar fi numărul natural a, acesta se scrie ca fracție ordinară:

$$a = \frac{a}{1}.$$

Cum se aplică?

1. Completați caseta cu fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din următorul întreg:

a)  $\boxed{\frac{1}{3}}$

b)  $\boxed{\frac{3}{4}}$

Soluție:

a) Observăm că întregul a fost împărțit în trei părți egale, iar dintre acestea, una a fost hașurată, prin urmare fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv este $\frac{1}{3}$.

b) Observăm că întregul a fost împărțit în patru părți egale, iar dintre acestea, trei au fost hașurate, prin urmare fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv este $\frac{3}{4}$.

2. Scrieți fracția care reprezintă:

a) 5 zile dintr-o săptămână;

b) 41 de minute dintr-o oră.

Soluție:

a) $\frac{5}{7}$;

b) $\frac{41}{60}$.

3. Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{\overline{3x}}{29}$, unde numărătorul este număr natural impar.

Soluție:

$\overline{3x}$ este număr natural impar dacă cifra x este 1, 3, 5, 7 sau 9, prin urmare fracțiile sunt: $\frac{31}{29}, \frac{33}{29}, \frac{35}{29}, \frac{37}{29}, \frac{39}{29}$.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

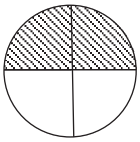
1. Citiți fracțiile următoare:

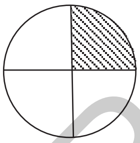
a) $\frac{2}{3}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{4}{9}$; d) $\frac{8}{7}$.

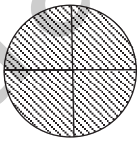
2. Completați spațiile punctate cu numitorii și numărătorii fracțiilor respective:

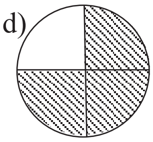
a) $\frac{7}{4}$ ....; b) $\frac{11}{23}$ ....; c) $\frac{51}{16}$ ....; d) $\frac{3}{8}$ ....

3. Completați caseta cu fracția ordinară care reprezintă partea hașurată din întregul respectiv:

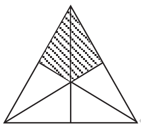
a) 

b) 

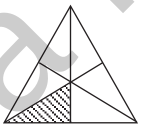
c) 

d) 

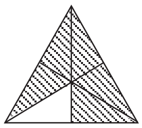
4. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Partea hașurată din întreg este reprezentată de fracția ordinară:

a) 

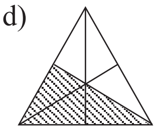
A. $\frac{2}{6}$; B. $\frac{4}{6}$.

b) 

A. $\frac{5}{6}$; B. $\frac{1}{6}$.

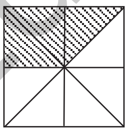
c) 

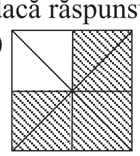
A. $\frac{3}{6}$; B. $\frac{5}{6}$.

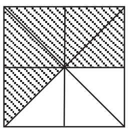
d) 

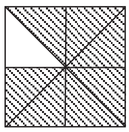
A. $\frac{3}{6}$; B. $\frac{1}{6}$.

5. În tabelul următor sunt înregistrate fracțiile ordinare care corespund părților hașurate din fiecare întreg. Completați caseta corespunzătoare cu litera A, dacă răspunsul este corect sau cu litera F, dacă răspunsul este greșit.

a) 

b) 

c) 

d) 

a)	b)	c)	d)
$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{7}{8}$

Exerciții și probleme de dificultate redusă

6. Scrieți fracția ordinară care are:

a) numărătorul 2 și numitorul 9;
b) numărătorul 8 și numitorul 5;
c) numitorul 37 și numărătorul 3;
d) numitorul 4 și numărătorul 25.

7. Scrieți fracția ordinară care reprezintă:

a) o treime dintr-un întreg;
b) o doime dintr-un întreg;
c) o pătrime dintr-un întreg;
d) o cincime dintr-un întreg.

8. Ștefan a cheltuit 3 lei din cei 10 lei pe care îi avea. Ce fracție din întreaga sumă de bani reprezintă:

a) suma cheltuită;
b) suma rămasă?

9. Din cele 48 de file ale unui caiet de matematică, 25 au fost scrise. Ce fracție din numărul filelor caietului reprezintă numărul filelor care:

a) au fost scrise;
b) sunt nescrise?

10. Un turist a parcurs 57 de km din cei 100 km pe care trebuia să-i parcurgă într-o zi. Ce fracție din distanța ce trebuia parcursă reprezintă:

a) distanța parcursă;
b) distanța rămasă?

11. Scrieți fracția care reprezintă două treimi dintr-un întreg și apoi reprezentați-o printr-un desen.

12. Scrieți fracția care reprezintă trei pătrimi dintr-un întreg și apoi reprezentați-o printr-un desen.

13. Scrieți fracția care reprezintă:

a) 17 secunde dintr-un minut;
b) 29 de minute dintr-o oră.

14. Scrieți fracțiile de forma:

a) $\frac{\overline{5x}}{71}$, cu numărătorul număr par;
b) $\frac{89}{\overline{6y}}$, cu numitorul număr impar.

15. Scrieți fracția care are numărătorul egal cu produsul numerelor prime de o cifră, iar numitorul egal cu suma numerelor compuse de o cifră.

Exerciții și probleme de dificultate medie

16. Scrieți fracțiile ordinare în care numărătorul n este un divizor propriu al numitorului:

a) $\frac{n}{15}$; b) $\frac{n}{81}$; c) $\frac{n}{28}$; d) $\frac{n}{45}$.

17. Scrieți fracțiile ordinare care au numitorul n un multiplu de două cifre al numărătorului, în următoarele cazuri:

a) $\frac{53}{n}$; b) $\frac{41}{n}$; c) $\frac{37}{n}$; d) $\frac{25}{n}$.

18. Scrieți fracțiile ordinare care au numărătorul și numitorul numere naturale prime, în următoarele cazuri:

a) $\frac{\overline{1x}}{\overline{x1}}$, $x \neq 0$; b) $\frac{\overline{x3}}{\overline{3x}}$, $x \neq 0$; c) $\frac{\overline{x7}}{\overline{7x}}$, $x \neq 0$; d) $\frac{\overline{9x}}{\overline{x9}}$, $x \neq 0$.

19. Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{\overline{21x}}{\overline{58y}}$, care îndeplinesc condiția:

a) $y = 2x$; b) $x = 3y$.

20. Determinați fracțiile ordinare de forma $\frac{\overline{6ab}}{\overline{ab7}}$, $a \neq 0$, care au numărătorul multiplu de 5 și numitorul multiplu de 9.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

21. Determinați fracțiile ordinare de forma $\frac{\overline{4xx}}{\overline{7x2}}$, care au numărătorul divizibil cu 3 și numitorul divizibil cu 4.

22. Notăm cu S_1 și S_2 suma numerelor naturale mai mici decât $\overline{xy}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, respectiv suma numerelor naturale mai mici decât $\overline{yx}$. Determinați fracția ordinară $\frac{S_1}{S_2}$ pentru:

a) $\overline{xy} = 42$; b) $\overline{xy} = 34$.

23. Notăm cu S_1 și S_2 suma numerelor naturale pare mai mici sau egale cu $\overline{xy}$, $x \neq 0$, $y \neq 0$, respectiv suma numerelor naturale pare mai mici sau egale cu $\overline{yx}$. Determinați fracția ordinară $\frac{S_1}{S_2}$ pentru:

a) $\overline{xy} = 32$; b) $\overline{xy} = 45$.

24. Pentru numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, notăm cu S_u și S_z suma cifrelor care reprezintă unitățile, respectiv suma cifrelor care reprezintă zecile numerelor naturale mai mici sau egale cu $\overline{ab}$. Determinați fracția ordinară $\frac{S_u}{S_z}$ pentru:

a) $\overline{ab} = 58$; b) $\overline{ab} = 63$.

25. Pentru numărul natural $\overline{ab}$, $a \neq 0$, notăm cu S_u și S_z suma cifrelor care reprezintă unitățile, respectiv suma cifrelor care reprezintă zecile numerelor naturale mai mici sau egale cu $\overline{ab}$. Determinați fracția ordinară $\frac{\overline{ab}}{S_z}$, știind că:

a) $S_u = 321$; b) $S_u = 375$.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

26. Determinați fracția ordinară $\frac{a}{b}$, unde a și b sunt numere prime, $a > b$, pentru care fracția ordinară $\frac{a-b}{a+b}$ are numărătorul și numitorul numere prime.

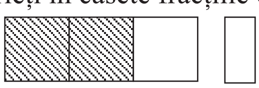
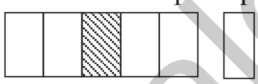
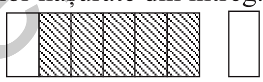
27. Determinați numărul prim a pentru care numărătorul și numitorul fracției ordinare $\frac{a^2-2}{a^2+2}$ sunt numere prime.

Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Scrieți în casete fracțiile ordinare care corespund părților hașurate din întreg.

a)  b)  c) 

(3p) **2.** Scrieți fracția ordinară care reprezintă șapte luni dintr-un an și apoi reprezentați-o printr-un desen.

(3p) **3.** Scrieți fracțiile ordinare de forma $\frac{\overline{x7}}{7x}$, $x \neq 0$, unde numărătorul și numitorul sunt numere naturale compuse.

Lecția 24. Fracții subunitare, echiunitare, supraunitare

Citesc și rețin

Definiție: Se consideră fracția ordinară $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$. Dacă:

– numărătorul este mai mic decât numitorul ($a < b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **subunitară**;

– numărătorul este egal cu numitorul ($a = b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **echiunitară**;

– numărătorul este mai mare decât numitorul ($a > b$), fracția $\frac{a}{b}$ se numește **supraunitară**.

Lecția 32. Adunarea fracțiilor ordinare. Proprietățile adunării

Citesc și rețin

1. Dacă $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$ sunt două fracții ordinare cu același numitor, atunci $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$.

2. Dacă $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ sunt două fracții ordinare cu numitori diferiți, atunci adunarea $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ se efectuează astfel:

– se aduc la același numitor comun fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$;

– se efectuează adunarea fracțiilor respective după regula 1.

Proprietățile adunării:

– **comutativitatea:** $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c și d;

– **asociativitatea:** $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$, pentru orice numere naturale nenule a, b, c, d și e;

– **0 este element neutru:** $\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$, pentru orice numere naturale nenule a, b.

Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{10}{13}+\frac{14}{13}$; b) $\frac{21}{15}+\frac{16}{20}$.

Soluție:

a) $\frac{10}{13}+\frac{14}{13}=\frac{10+14}{13}=\frac{24}{13}=1\frac{11}{13}$;

b) $\frac{{}^{3)}21}{15}+\frac{{}^{4)}16}{20}=\frac{7}{5}+\frac{4}{5}=\frac{11}{5}=2\frac{1}{5}$.

2. Efectuați:

a) $2\frac{1}{5}+\frac{2}{15}$; b) $1\frac{11}{12}+2\frac{2}{9}$.

Soluție:

a) $2\frac{1}{5}+\frac{2}{15}={}^{3)}\frac{11}{5}+\frac{2}{15}=\frac{33}{15}+\frac{2}{15}=\frac{{}^{5)}35}{15}=\frac{7}{3}=2\frac{1}{3}$;

b) $1\frac{11}{12}+2\frac{2}{9}=\frac{{}^{3)}23}{12}+\frac{{}^{4)}20}{9}=\frac{69}{36}+\frac{80}{36}=\frac{149}{36}=4\frac{5}{36}$.

3. Calculați $\frac{7}{10}+1\frac{1}{4}+\frac{2}{15}$.

Soluție:

$$\frac{7}{10}+1\frac{1}{4}+\frac{2}{15}={}^{6)}\frac{7}{10}+{}^{15)}\frac{5}{4}+{}^{4)}\frac{2}{15}=\frac{42}{60}+\frac{75}{60}+\frac{8}{60}=\frac{125^{(5}}{60}=\frac{25}{12}=2\frac{1}{12}.$$

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Efectuați:

a) $\frac{7}{3}+\frac{4}{3}=$ ....; b) $\frac{4}{5}+\frac{9}{5}=$ ....;

c) $\frac{12}{7}+\frac{3}{7}$; d) $\frac{7}{9}+\frac{25}{9}$; e) $\frac{4}{3}+\frac{28}{3}$; f) $\frac{13}{5}+\frac{6}{5}$.

2. Efectuați următoarele adunări și simplificați rezultatele:

a) $\frac{7}{6}+\frac{2}{6}=$ ....; b) $\frac{3}{8}+\frac{9}{8}=$ ....;

c) $\frac{13}{10}+\frac{9}{10}$; d) $\frac{23}{12}+\frac{5}{12}$; e) $\frac{8}{15}+\frac{19}{15}$; f) $\frac{5}{18}+\frac{25}{18}$.

3. Calculați după ce efectuați mai întâi simplificările:

a) $\frac{23}{6}+\frac{5}{6}+\frac{35}{30}=$ ....;

b) $\frac{25}{12}+\frac{7}{12}+\frac{15}{36}$; c) $\frac{8}{13}+\frac{20}{52}+\frac{11}{13}$; d) $\frac{4}{15}+\frac{35}{75}+\frac{13}{15}$.

Exerciții și probleme de dificultate redusă

4. Calculați suma fracțiilor ordinare x și y în fiecare dintre cazurile următoare:

a) $x=\frac{8}{21}+\frac{11}{21}+\frac{15}{63}$, $y=\frac{19}{35}+\frac{5}{35}+\frac{12}{70}$; b) $x=\frac{5}{24}+\frac{17}{24}+\frac{15}{72}$, $y=\frac{23}{40}+\frac{49}{40}+\frac{6}{80}$.

5. Efectuați:

a) $\frac{5}{6}+\frac{2}{3}$; b) $\frac{3}{2}+\frac{7}{8}$; c) $\frac{5}{3}+\frac{1}{9}$; d) $\frac{3}{8}+\frac{5}{4}$;

e) $\frac{13}{2}+\frac{5}{14}$; f) $\frac{5}{3}+\frac{13}{12}$; g) $\frac{8}{15}+\frac{4}{5}$; h) $\frac{11}{9}+\frac{5}{18}$.

6. Efectuați:

a) $\frac{5}{3}+\frac{1}{4}$; b) $\frac{3}{5}+\frac{5}{4}$; c) $\frac{7}{2}+\frac{3}{5}$; d) $\frac{1}{6}+\frac{4}{9}$;

e) $\frac{7}{10}+\frac{4}{15}$; f) $\frac{10}{9}+\frac{1}{12}$; g) $\frac{3}{20}+\frac{11}{8}$; h) $\frac{5}{12}+\frac{11}{16}$.

7. În prima zi s-a recoltat $\frac{17}{54}$ dintr-o suprafață cultivată cu grâu, iar în ziua următoare s-a recoltat mai mult cu $\frac{5}{18}$ din întreaga suprafață. Aflați ce fracție din suprafața cultivată cu grâu s-a recoltat a doua zi.

8. Efectuați:

a) $3\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}$; b) $2\frac{2}{3}+2\frac{5}{6}$; c) $2\frac{3}{4}+3\frac{5}{8}$;

d) $5\frac{5}{6}+1\frac{3}{4}$; e) $4\frac{7}{10}+3\frac{1}{4}$; f) $6\frac{7}{9}+2\frac{5}{6}$.

9. Aflați numărul mai mare cu:

a) $2\frac{3}{5}$ decât $6\frac{8}{5}$; b) $4\frac{4}{7}$ decât $2\frac{5}{7}$; c) $5\frac{8}{9}$ decât $3\frac{5}{9}$;

d) $2\frac{3}{10}$ decât $5\frac{1}{4}$; e) $5\frac{3}{8}$ decât $7\frac{5}{12}$; f) $4\frac{11}{14}$ decât $9\frac{3}{4}$.

10. În luna iunie, de pe o suprafață de teren s-au recoltat $72\frac{5}{6}$ kg roșii, iar în luna următoare s-au recoltat cu $34\frac{2}{9}$ kg mai mult decât în luna precedentă. Aflați ce cantitate de roșii s-a recoltat în lunile iunie și iulie la un loc.

Exerciții și probleme de dificultate medie

11. Calculați:

a) $\frac{7}{4}+\frac{3}{10}+\frac{11}{20}$; b) $\frac{3}{8}+\frac{13}{12}+\frac{1}{24}$; c) $\frac{3}{4}+\frac{9}{28}+\frac{11}{14}$;

d) $\frac{7}{12}+\frac{5}{18}+\frac{11}{36}$; e) $\frac{5}{24}+\frac{7}{36}+\frac{1}{72}$; f) $\frac{4}{15}+\frac{7}{75}+\frac{9}{25}$.

12. Calculați:

a) $\frac{2}{27}+\frac{5}{18}+\frac{11}{6}$; b) $\frac{5}{12}+\frac{3}{20}+\frac{4}{15}$; c) $\frac{11}{20}+\frac{7}{10}+\frac{5}{16}$;

d) $\frac{16}{21}+\frac{3}{28}+\frac{1}{42}$; e) $\frac{8}{15}+\frac{11}{18}+\frac{4}{45}$; f) $\frac{17}{32}+\frac{1}{24}+\frac{7}{12}$.

13. Calculați:

a) $3\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}+1\frac{3}{4}$; b) $2\frac{5}{6}+1\frac{1}{4}+1\frac{3}{8}$; c) $3\frac{1}{2}+2\frac{3}{4}+1\frac{4}{5}$;

d) $2\frac{1}{7}+4\frac{2}{3}+1\frac{9}{14}$; e) $2\frac{4}{15}+2\frac{5}{12}+3\frac{7}{10}$; f) $5\frac{7}{24}+4\frac{5}{8}+1\frac{11}{32}$.

14. Calculați:

a) $\frac{1}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{12}+\frac{3}{20}$; b) $\frac{9}{8}+\frac{4}{9}+\frac{1}{36}+\frac{7}{24}$; c) $\frac{5}{8}+\frac{3}{10}+\frac{4}{5}+\frac{1}{16}$;

d) $\frac{5}{48}+\frac{7}{16}+\frac{3}{8}+\frac{1}{32}$; e) $\frac{10}{9}+\frac{1}{27}+\frac{5}{18}+\frac{7}{36}$; f) $\frac{8}{75}+\frac{4}{15}+\frac{3}{10}+\frac{2}{25}$.

15. Se consideră fracțiile ordinare $x=\frac{1}{5}+\frac{11}{24}+\frac{13}{30}+\frac{17}{60}$ și $y=\frac{3}{5}+\frac{13}{25}+\frac{11}{30}+\frac{26}{75}$. Calculați $x+y$.

Exerciții și probleme de dificultate avansată

16. Se consideră fracțiile ordinare $f_1=\frac{16}{15}+\frac{19}{30}+\frac{25}{36}+\frac{11}{45}$ și $f_2=\frac{7}{8}+\frac{13}{20}+\frac{19}{25}+\frac{17}{50}$. Comparați fracțiile f_1 și f_2.

17. Se consideră fracțiile ordinare $f_1=3\frac{1}{3}+2\frac{1}{6}+1\frac{5}{14}$ și $f_2=1\frac{4}{5}+\frac{4}{15}+\frac{16}{21}+\frac{11}{35}$. Arătați că suma f_1+f_2 este număr natural.

18. Se consideră sumele $S_1=3\frac{1}{2}+3\frac{1}{3}+3\frac{1}{4}+...+3\frac{1}{100}$ și $S_2=7\frac{1}{2}+7\frac{2}{3}+7\frac{3}{4}+$ $+...+7\frac{99}{100}$. Arătați că S_1+S_2 este un număr natural pătrat perfect.

19. Se consideră fracțiile ordinare $f_1=\frac{4}{5}+1\frac{7}{10}+\frac{25}{18}$, $f_2=1\frac{7}{9}+\frac{14}{15}+\frac{4}{27}+\frac{28}{45}$ și $f_3=1\frac{5}{12}+\frac{8}{15}+\frac{13}{18}+\frac{25}{36}+\frac{11}{45}$. Scrieți în ordine crescătoare fracțiile f_1+f_2, f_2+f_3 și f_3+f_1.

20. Scrieți sub formă ireductibilă fracția ordinară $f=1+\frac{1+2+3}{1+3}+\frac{1+2+3+4+5}{1+3+5}+$ $+...+\frac{1+2+3+...+11}{1+3+5+...+11}$.

Exerciții și probleme pentru olimpiada de matematică

21. Știind că $\frac{31}{x+1}+\frac{31}{y+2}+\frac{31}{z+3}=13$, calculați $\frac{x+4}{x+1}+\frac{y+5}{y+2}+\frac{z+6}{z+3}$, unde x, y și z sunt numere naturale.

22. Determinați numerele naturale prime a, b și c, care îndeplinesc condiția:

a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{abc}=1$; b) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-\frac{1}{abc}=1$.

Ce notă merit?

Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Efectuați:

a) $\frac{11}{13}+\frac{19}{13}$; b) $\frac{17}{15}+\frac{18}{15}$; c) $\frac{17}{10}+\frac{33}{30}$.

(3p) **2.** Efectuați:

a) $\frac{5}{6}+1\frac{5}{12}$; b) $2\frac{9}{10}+\frac{4}{15}$; c) $1\frac{1}{6}+2\frac{2}{21}$.

(3p) **3.** Comparați fracția ordinară $f=2\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{2}{9}+\frac{5}{18}$ cu fracția ordinară $\frac{47}{15}$.

Lecția 33. Scăderea fracțiilor ordinare

Citesc și rețin

1. Dacă $\frac{a}{c}$, $\frac{b}{c}$, $a \geq b$, sunt două fracții ordinare cu același numitor, atunci $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$.

2. Dacă $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$, $\frac{a}{b} \geq \frac{c}{d}$, sunt două fracții ordinare, atunci scăderea $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}$ se efectuează astfel:

– se aduc la același numitor comun fracțiile $\frac{a}{b}$ și $\frac{c}{d}$;

– se efectuează scăderea fracțiilor respective după regula 1.

Cum se aplică?

1. Efectuați:

a) $\frac{32}{11}-\frac{19}{11}$; b) $\frac{45}{21}-\frac{36}{28}$.

Soluție:

a) $\frac{32}{11}-\frac{19}{11}=\frac{32-19}{11}=\frac{13}{11}=1\frac{2}{11}$; b) $\frac{^{3)}45}{21}-\frac{^{4)}36}{28}=\frac{15}{7}-\frac{9}{7}=\frac{15-9}{7}=\frac{6}{7}$.

MODELE DE TESTE PENTRU EVALUAREA CUNOŞTINȚELOR

(*Capitolele: Numere naturale, Divizibilitatea numerelor naturale, Fracții ordinare*)

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,7p) **1.** Rezultatul calculului $(478 + 1652) : 10$ este egal cu:
A. 214; B. 405; C. 131; D. 213.

(0,7p) **2.** Câtul și restul împărțirii $786 : 23$ sunt egale cu:
A. 19 și 8; B. 27 și 6; C. 34 și 4; D. 43 și 3.

(0,7p) **3.** Produsul divizorilor proprii ai numărului natural 12 este egal cu:
A. 12^2; B. 4^2; C. 6^2; D. 21^2.

(0,7p) **4.** Diferența a două numere naturale prime este egală cu 15. Cele două numere sunt:
A. 21 și 6; B. 19 și 4; C. 17 și 2; D. 18 și 3.

(0,7p) **5.** Amplificând fracția ordinară $\frac{18}{13}$ cu 5, obținem fracția:
A. $\frac{72}{60}$; B. $\frac{90}{65}$; C. $\frac{80}{55}$; D. $\frac{80}{60}$.

(0,7p) **6.** Numărul natural n pentru care are loc inegalitatea $\frac{4}{n} > \frac{4}{3}$ este egal cu:
A. 2, 3; B. 0, 1, 2; C. 1, 2, 3; D. 1, 2.

Subiectul al II-lea. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,8p) **1.** Aflați rezultatul calculului $\{[51 : (18^2 : 12 - 10) + 2^3] \cdot 7 + 2^2\} : [(3 \cdot 3^3)^5 : 3^{17}]$.

(0,8p) **2.** Se consideră numărul natural $a = 73 \cdot 179 + 875 \cdot 73 + 27 \cdot 1054$. Arătați că a este un multiplu de 10.

(0,8p) **3.** Suma a două numere naturale este egală cu 180. Aflați cele două numere, știind că unul dintre ele este de patru ori mai mare decât celălalt.

(0,8p) **4.** Determinați cifra a, $a \neq 0$, pentru care fracția ordinară $\frac{\overline{7a}}{\overline{a4}}$ este ireductibilă.

(0,8p) **5.** Se consideră numărul natural $a = 2^{n+2} \cdot 5^n - 1$, unde n este număr natural. Arătați că $a \vdots 3$.

(0,8p) **6.** Determinați primele $2n + 1$, $n > 1$, numere naturale prime consecutive care au suma egală cu S, știind că printre acestea există două a căror sumă, notată cu S_1, îndeplinește condiția $S = 5S_1$.

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI

TESTE DE EVALUARE INIȚIALĂ

Testul 1

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	B	D	A	B	A	D	C	D

Partea a II-a: **1.** 700. **2.** x poate fi: 7, 8 sau 9. **3.** a) 36 lei; b) 54 lei; c) 90 lei. **4.** $A = 2655$.

Testul 2

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	D	A	C	A	D	A	A	B

Partea a II-a: **1.** 1. **2.** $x = 4$ și $y = 7$. **3.** a) 97 de elevi; b) 446 de elevi; c) 669 de elevi. **4.** De 20 de ori (de 10 ori ca cifră a unităților și de 10 ori ca cifră a zecilor).

Testul 3

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	A	C	D	B	A	D	A	B

Partea a II-a: **1.** 49. **2.** 5183 și 5389. **3.** a) 108 km; b) 54 km; c) 147 km. **4.** S are 50 de termeni și, deoarece suma a două numere impare este un număr par, rezultă că S este număr par.

Testul 4

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	D	A	C	B	A	C	D	B	A

Partea a II-a: **1.** 6400. **2.** x000 unități. **3.** a) 64 de pagini; b) 41 de pagini; c) 123 de pagini. **4.** $11 \cdot 10 + 10 = 120$.

Testul 5

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	B	D	A	A	B	D	C	B

Partea a II-a: **1.** 600. **2.** 1824 și 1836. **3.** a) 440 de lei; b) 27 de pixuri; c) 72 de pixuri. **4.** Deoarece suma este un număr impar, rezultă că cele două numere au parități diferite, prin urmare, și diferența lor este număr impar.

Testul 6

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	A	D	C	A	D	C	B	A

Partea a II-a: **1.** 2. **2.** x poate fi 6, 7, 8 sau 9. **3.** a) 120 cm; b) 150 cm; c) 175 cm. **4.** $s = 2p$ și $s = p + 2$, deci $2p = p + 2$, de unde obținem $p = 2$. Prin urmare, $n = 3$.

Testul 7

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	A	A	D	B	C	A	D	C	B

Partea a II-a: **1.** 510. **2.** 7311 și 7913. **3.** a) 10 g (mărul), 11 g (para) și 12 g (gutuia);

b) $m + g = 22$ g și $2p = 22$g, deci $m + g = 2p$; c) 18 mere. **4.** Deoarece restul este mai mic decât împărțitorul, rezultă că resturile pot fi 3 și 4 sau 1, 3 și 4.

Testul 8

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	B	B	A	D	D	C	B	C	D

Partea a II-a: **1.** 2. **2.** 6952, 6754 și 6358. **3.** a) 2 lei; b) 22 de lei; c) 11 creioane. **4.** $D + S + d = 1002$ sau $2D = 1002$, deci $D = 501$; $S + S + 1 = 501$, deci $2S = 500$, prin urmare $S = 250$ și $d = 251$.

Testul 9

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	D	B	B	B	A	B	D	B	A

Partea a II-a: **1.** 10. **2.** x poate fi 8 sau 9. **3.** a) 15 lei; b) 20 lei; c) 145 lei. **4.** 100, 109 și 199.

Testul 10

Partea I:

Nr. item	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rezultate	C	B	D	A	B	C	A	D	B

Partea a II-a: **1.** 4090. **2.** $x = 9$ și $y = 0$ sau $x = 9$ și $y = 1$. **3.** a) 234 caiete; b) 293 caiete; c) 650 caiete. **4.** 261 cifre.

ALGEBRĂ

Capitolul I. Numere naturale

Lecția 1. Scrierea și citirea numerelor naturale

1. a) 4 mii 123; b) 5 mii 17; c) 6 mii 704; d) 9 mii 820; e) 12 mii 345; f) 42 mii 38; g) 50 mii 821; h) 83 mii 106. **2.** a) 523 mii 149; b) 603 mii 468; c) 700 mii 207; d) 206 mii 46; e) 1 milion 20 mii 400; f) 2 milioane 203 mii 109; g) 6 milioane 6 mii 5; h) 40 de milioane 401 mii 108. **3.** a) 18, 81; b) 225, 252, 522, 552, 525, 255; c) 409, 490, 904, 940. **4.** a) 691, 961, 169, 619; b) 580, 850, 508. **5.** a) 9301; b) 2902; c) 5039; d) 4064; e) 12005; f) 19007. **6.** a) 4803; b) 5701; c) 12358; d) 902804. **7.** a) 102070; b) 707009; c) 915008; d) 504106. **8.** a) 84209; b) 35842; c) 792085; d) 608943. **9.** a) 1204102; b) 3020700; c) 31100020; d) 65002805. **13.** a) A; b) A. **14.** a) luni și joi; b) joi și marți; c) miercuri și vineri.

15.

Numărul	75	100	5279	10692	90	406	9274	51179
Predecesorul	74	99	5278	10691	89	405	9273	51178
Succesorul	76	101	5280	10693	91	407	9275	51180

16. 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99. **17.** a) C. 2 sau 8; b) D. 3 sau 7. **18.** a) Clasa unităților, ordinul sutelor; b) Clasa miilor, ordinul unităților; c) Clasa miilor, ordinul zecilor; d) Clasa unităților, ordinul zecilor; e) Clasa miilor, ordinul zecilor; f) Clasa miilor, ordinul unităților; g) Clasa unităților, ordinul sutelor; h) Clasa miilor, ordinul sutelor. **19.** a) 54; b) 27; c) 382; d) 501; e) 9257; f) 4285; g) 50714; h) 95321. **20.** a) 1070, 1272, 1474, 1676, 1878; b) 3511, 3533, 3555, 3577, 3599. **21.** a) 1441, 3443, 5445, 7447, 9449; b) 1551, 3553; 7557; 9559. **22.** a) 5100, 5142, 5184; b) 8050, 8652; c) 4700, 4714, 4728. **23.** i) a) 312, 321; b) 514, 523, 541, 532; ii) a) 199, 991, 393; b) 166, 661, 263, 362. **24.** a) 4132, 4231; b) 4133, 4331. **25.** a) 5640, 5604, 5622; b) 5650, 5632, 5614. **26.** Sunt 10 numere de o cifră, 90 de numere de două cifre, 900 de numere de trei cifre și un număr de patru cifre; $10 + 90 \cdot 2 + 900 \cdot 3 + 4 = 2894$ cifre. **27.** a) Cifra 0 se folosește de 10 ori ca cifra unităților și o dată ca cifră a zecilor; 10 + 1 = 11 ori; b) Cifra 1 se folosește de 10 ori și ca cifră a unităților și ca cifră a zecilor și o dată ca cifră a sutelor; 10 + 10 + 1 = 21 de ori. **28.** a) cifra 7 se folosește de cinci ori ca cifră a zecilor; b) cifra 6 se folosește de nouă ori ca cifra unităților și de cinci ori ca cifră a zecilor; 9 + 5 = 14 ori. **29.** Suma $S = 21 + 23 + 25 + ... + 89$ are $5 \cdot 4 = 20$ de termeni și deoarece 20 este număr par, rezultă că S este număr par. **30.** a) 12235, 14135, 11435, 14531, 15431; b) 13233, 12333, 12139, 11239, 16133, 11633. **31.** 579. **32.** a) $S = 1 + 3 + 5 + ... + 101$ și deoarece S are 51 de termeni, rezultă că S este număr impar; b) $S = 1 + 3 + 5 + ... + 199$ și deoarece S are 100 de termeni, rezultă că S este număr par. **33.** 90 de numere. **34.** a) Pentru cifra sutelor sunt cinci posibilități, pentru cifra zecilor sunt patru posibilități, iar pentru cifra unităților sunt trei posibilități, prin urmare avem $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ de numere; b) Analog obținem $4 \cdot 4 \cdot 3 = 48$ de numere. **35.** Observăm că $p = 500$ și $i = 501$. După fiecare „operație”, dacă cele trei numere sunt pare, rezultă $p = p - 2$ și $i = i$; dacă cele trei numere sunt impare, rezultă $p = p$ și $i = i - 2$; dacă două numere sunt pare și unul impar, rezultă $p = p - 2$ și $i = i$, iar dacă două numere sunt impare și unul par, rezultă $p = p$ și $i = i - 2$; deci numărul numerelor impare de pe tablă este întotdeauna număr impar, prin urmare ultimul număr este impar. **36.** Numerele cerute sunt de forma $\overline{abc}$, $a \neq 0$, și evident $c = 9$. Cazul $b = 9$ nu este posibil, iar în cazul $b < 9$, obținem $a + b + c = 3(a + b + 1 + 0)$, de unde rezultă că $a + b = 3$ și obținem numerele: 129, 219 și 309. **37.** $\overline{abcd} = 9 \cdot \overline{bcd}$, de unde rezultă că $8 \cdot \overline{bcd} = 1000a$ și obținem $\overline{bcd} = 125a$. Pentru a egal cu: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, obținem numerele: 1125, 2250, 3375, 4500, 5625, 6750, 7875. Pentru a egal cu: 8, 9, numărul $125a$ are 4 cifre, prin urmare în aceste cazuri nu se obțin soluții.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 5062; b) 18013; c) 476071. **2.** a) cifra 0 face parte din clasa unităților și este de ordinul sutelor; b) cifra 3 face parte din clasa miilor și este de ordinul zecilor; c) cifra 2 face parte din clasa milioanelor și este de ordinul unităților. **3.** 71223, 71621.

Lecția 2. Reprezentarea numerelor naturale pe axă

1. a) A; b) F. **2.** O are coordonata 0, A are coordonata 1, B are coordonata 2, C are coordonata 4, D are coordonata 6, E are coordonata 7. **3.** O are coordonata 0, A are coordonata 3, B are coordonata 5, C are coordonata 8, D are coordonata 10, E are coordonata 13, F are coordonata 14, G are coordonata 17. **10.** a) 2 cm; b) 5 mm. **11.** a) 3 cm; b) 14 mm. **12.** $OE = 16$ cm, $OF = 18$ cm. **13.** $OM = 25$ mm, $ON = 45$ mm. **14.** $AB = 56$ mm. **15.** Notăm cu u lungimea unității de măsură. $DE = 5u$, deci $u = 6$ mm, prin urmare $OF = 6{,}6$ cm.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. $u = 2$ cm. **3.** $MN = 7u = 7$ cm.

Lecția 3. Compararea și ordonarea numerelor naturale

1. a) 798 < 2011; b) 3001 > 975; c) 1002 > 999; d) 7899 < 20111; e) 12312 > 8975; f) 9906 < < 15002; g) 88879 < 100000; h) 95807 < 102103; i) 200103 > 99988. **2.** a) iulie; b) septembrie. **3.** a) 3556 > 3546; b) 4901 > 4899; c) 7206 < 7305; d) 65279 < 65312; e) 86061 > 86049; f) 95037 > 95032. **4.** a) 2016; b) 2015. **5.** a) 123458 < 123502; b) 520764 < 520771; c) 771456 > > 771452; d) 616543 > 615907; e) 409528 < 409601; f) 817562 > 817560. **6.** Bacalaureat, Sieranevada, Aferim. **7.** a) 9012 > 8976; b) 1789 < 3102. **8.** a) 7841, 7850, 7930; b) 8199, 8243, 8259; c) 12345, 12354, 12453; d) 63999, 64529, 64921. **9.** a) 4610, 4602, 4601; b) 2178, 2177, 2175; c) 63000, 62505, 61995; d) 89263, 89201, 89164. **10.** a) 563999, 564132; b) 808795, 809280; c) 321502, 324001; d) 725486, 725602. **11.** a) 9996, 9997, 9998, 9999; b) 10000, 10001, 10002, 10003, 10004, 10005. **12.** a) 24803, 24804, 24805, 24806; b) 5157, 5158, 5159, 5160. **13.** a) 7210, 7212, 7214; b) 13603, 13605, 13607, 13609. **14.** 11137. **15.** a) 10068, 88610; b) 100168, 886610. **16.** a) 62112; b) 843201. **17.** 102356. **18.** 36 de numere. **19.** a) Dacă $a < 4$, atunci $\overline{72a49} < \overline{724a9}$, dacă $a = 4$, atunci $\overline{72a49} = \overline{724a9}$, iar dacă $4 < a$, atunci $\overline{72a49} >$

375, 400. **22.** 12 ani. **23.** 25 elevi. **24.** 9 t. **25.** 528 km. **26.** 20 probleme. **27.** 13 fete. **28.** 142 lei. **29.** 4, respectiv 3. **30.** 10 platouri, 3 platouri. **31.** 7, respectiv 8. **32.** 11, respectiv 12. **33.** 20, respectiv 10. **34.** 2 zile, 5 zile. **35.** 7, respectiv 4.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. 65 lei. **2.** 279 kg, 93 kg. **3.** 12, respectiv 4.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. B. **2.** A. **3.** D. **4.** C. **5.** D. **II. 1.** $n = 5^8 \cdot 4 = (2 \cdot 5^4)^2$. **2.** 15 lei. **3.** 25. **4.** 300 km.
Testul 2. I. 1. A. **2.** C. **3.** B. **4.** D. **5.** A. **II. 1.** 25 elevi. **2.** 87. **3.** 540 km. **4.** $n = 7 = 111_{(2)}$.
Testul 3. I. 1. C. **2.** A. **3.** D. **4.** B. **5.** A. **II. 1.** 405 lei. **2.** 188. **3.** 7 bancnote, 6 bancnote. **4.** $n = 1$; $n^{2019} = 1$.

Fişă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** A. **3.** A. **II. 1.** 3. **2.** 4 m. **3.** 4. **III. 1.** D. **2.** A. **3.** A. **IV.** 201 adulţi şi 120 copii. **V.** a) $n = 8 = 2^3$; b) $n^{10} = 2^{30}$; $2^{30} = 8^{10} < 10^{10}$; $2^{30} = 1024^3 > 1000^3 = 10^9$, deci $10^9 < n^{10} < 10^{10}$, prin urmare n^{10} are zece cifre.

Model de test pentru Evaluarea Naţională

1. B. Cireş. **2.** C. 3 ori. **3.** D. 21. **4.** 15 lei. **5.** 14 lei. **6.** 4 lei. **7.** 51 trandafiri albi. **8.** 34 trandafiri roşii. **9.** 102 trandafiri.

CAPITOLUL II. DIVIZIBILITATEA NUMERELOR NATURALE

Lecţia 18. Divizor. Multiplu

1. a) divizor; b) multiplu. **2.** a) multiplu; b) divizor. **3.** a) 4 şi 24; b) 5 şi 75; c) 9 şi 54; d) 7 şi 63; e) 19 şi 57; f) 13 şi 65; g) 15 şi 90; h) 16 şi 80. **4.** a) A; b) F; c) F; d) A. **5.** a) A; b) F; c) F; d) A. **6.** a) A; b) A; c) F; d) A; e) A; f) A; g) F; h) A. **8.** a) 1, 2, 5, 10; b) 1, 2, 7, 14; c) 1, 3, 5, 15; d) 1, 3, 7, 21; e) 1, 5, 7, 35; f) 1, 3, 5, 9, 15, 45. **9.** a) 1, 61; b) 1, 124; c) 1, 518; d) 1, 85. **10.** 0, 2, 4, 6, 8; 0, 3, 6, 9; 0, 4, 8; 0, 5. **11.** a) 2, 3, 4, 6; b) 2, 4, 8; c) 2, 3, 6, 9; d) Nu are; e) 2, 4, 7, 14; f) 2, 3, 5, 6, 10, 15. **12.** a) 1, 2, 4, 5, 10, 20; b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24; c) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36; d) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60; e) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72; f) 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40, 80. **13.** a) 0, 9, 18, 27; b) 0, 8, 16, 24; c) 0, 7, 14, 28; d) 0, 6, 12, 18, 24, 30; e) 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30; f) 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28. **14.** a) 20, 40, 60, 80; b) 25, 50, 75; c) 30, 60, 90; d) 27, 54, 81; e) 18, 36, 54, 72, 90; f) 16, 32, 48, 64, 80, 96. **15.** a) 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60; b) 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66; c) 0, 12, 24, 36, 48, 60, 72; d) 0, 13, 26, 39, 52, 65, 78; e) 0, 14, 28, 42, 56, 70, 84; f) 0, 15, 30, 45, 60, 75, 90. **16.** a) $5^{47} : 25^{15} = 5^{47} : 5^{30} = 5^{17}$, deci $5^{47} \vdots 25^{15}$; b) analog; c) analog; d) analog. **17.** a) 51; b) 62; c) 60; d) 44. **18.** a) $n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n + 1)$, deci $3 \mid (n + n + 1 + n + 2)$; b) $n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 = 5(n + 2)$, deci $5 \mid (n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4)$. **19.** a) $3n + 6 = 3(n + 2) \vdots 3$; b) $7n + 42 = 7(n + 6) \vdots 7$. **20.** a) $\overline{xx} + \overline{yy} + \overline{zz} = 11(x + y + z) \vdots 11$; b) $\overline{xy} + \overline{yz} + \overline{zx} = 11(x + y + z) \vdots 11$; c) $\overline{xz} + \overline{zy} + \overline{yx} = 11(x + y + z) \vdots 11$. **21.** a) $\overline{xxx} + \overline{yyy} + \overline{zzz} = 37(3x + 3y + 3z) \vdots 37$; b) $\overline{xyy} + \overline{yzz} + \overline{zxx} = 37(3x + 3y + 3z) \vdots 37$; c) $\overline{xyz} + \overline{yzx} + \overline{zxy} = 37(3x + 3y + 3z) \vdots 37$. **22.** a) $2^{31} + 2^{33} = 5 \cdot 2^{31} \vdots 5$; b) $3^{23} - 3^{21} = 8 \cdot 3^{21} \vdots 8$; c) $2^{50} - 2^{47} = 7 \cdot 2^{47} \vdots 7$; d) $7^{45} + 7^{43} = 50 \cdot 7^{43} \vdots 5$. **23.** a) $2^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+1} \cdot 5^n = 3 \cdot 10^n \vdots 3$; b) $2^n \cdot 3^{n+1} + 2^{n+2} \cdot 3^n = 7 \cdot 6^n \vdots 7$. **24.** $0 + 1 + 2 + ... + (n - 1) = [(n - 1) \cdot n] : 2 = [(2k + 1 - 1) \cdot n] : 2 = kn$, unde k este număr natural. **25.** a) $2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{103} = 3(1 + 2^2 + 2^4 + ... + 2^{102}) \vdots 3$; b) $3^0 + 3^1 + 3^2 + ... + 3^{105} = 4(1 + 3^2 + 3^4 + ... + 3^{104}) \vdots 4$; c) $3^0 + 3^1 + 3^2 + ... + 3^{2021} = 13(1 + 3^3 + 3^6 + ... + 3^{2019}) \vdots 13$; d) $5^0 + 5^1 + 5^2 + ... + 5^{2024} = 31(1 + 5^3 + 5^6 + ... + 5^{2022})\,) \vdots 31$. **26.** $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d = 1000(b + d - c) + 100b + 10c + d = 1100b + 1001d - 990c = 11(100b + 91d - 90c) \vdots 11$. **27.** a) $n =$

$= \overline{6x23} \cdot 1000 \vdots 11$, dacă $\overline{6x23} \vdots 11$ și din problema precedentă rezultă că $8 = x + 3$, deci $x = 5$; b) Analog $x = 8$; c) Analog $x = 7$; d) Analog $x = 3$. **28.** $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot 10^3 + \overline{abc} = \overline{abc} \cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, deci $\overline{abc} = 3 \cdot 5 \cdot 9 = 135$ sau $\overline{abc} = 5 \cdot 9 \cdot 17 = 765$. **29.** $S = 2^0 + 2^1 + 2^2 + ... + 2^{123} = 2^{124} - 1$; $u(2^{124}) = 6$, deci $u(S) = 5$, prin urmare $S \vdots 5$. **30.** $a = 400(1 + 7^4 + 7^8 + ... + 7^{96})$ și, deoarece $u(7^{4k}) = 1$, în paranteză fiind 25 de termeni, rezultă că ultimele trei cifre ale lui a sunt zerouri, prin urmare $a \vdots 10^3$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 2, 3, 6, 9; b) 0, 5, 10, 15, 20, 25. **2.** $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 9 + 12 + 18 + 36 = 91 = 7 \cdot 13 \vdots 7$. **3.** $u(3^{73}) = 3$ și $u(7^{37}) = 7$, deci $u(a) = 0$, așadar $a \vdots 10$.

Lecția 19. Criterii de divizibilitate

1. a) A; b) A; c) A; d) F; e) A; f) A; g) F; h) A. **2.** 194, 2038, 73016, 530170. **3.** a) A; b) A; c) F; d) A; e) F; f) A; g) A; h) A. **4.** 135, 4830, 12345, 721110. **5.** a) A; b) F; c) F; d) A; e) A; f) A; g) F; h) A. **6.** 230, 5110, 72350, 123450. **7.** a) A; b) A; c) A; d) F; e) A; f) A; g) A; h) F. **8.** 402, 1122, 50013, 721524. **9.** a) A; b) A; c) A; d) F; e) F; f) F; g) A; h) A. **10.** 704, 5016, 12328, 123452. **11.** a) A; b) F; c) A; d) A; e) F; f) F; g) A; h) A. **12.** 207, 4455, 12537, 121878. **14.** a) A; b) F; c) A. **15.** a) 4710, 4715; b) 3980, 3985. **16.** Albastru, pentru că $3 \mid 2517$. **17.** Da, pentru că $3 \mid 111$. **18.** Dacă $2 \mid a$ și $5 \mid a$, rezultă că $u(a) = 0$, deci $10 \mid a$. **19.** a) 0, 4, 8; b) 2, 6; c) 2, 6; d) 1, 3, 5, 7, 9; e) 2, 4, 6, 8; f) 1, 3, 5, 7, 9. **20.** a) 432; b) 765; c) 801, 891; d) 3042; e) 4014, 4914; f) 8703, 8793. **21.** a) 2, 5, 8; b) 1, 4, 7; c) 0, 3, 6, 9; d) 2, 5, 8; e) 1, 4, 7; f) 0, 3, 6, 9. **22.** a) Dacă $n = 0$, $6^n + 14 = 15 \vdots 5$, iar dacă $n > 0$, $u(6^n + 14) = 0$, deci $5 \mid 6^n + 14$; b), c) Analog. **23.** Suma cifrelor $3(a + b)$ este divizibilă cu 3, deci numărul se divide cu 3. **24.** a) Pentru $n = 0$ și $n = 1$ este evident că $4 \mid 5^n - 1$. Pentru $n > 1$, observăm că ultimele două cifre ale numărului $5^n - 1$ sunt 2, respectiv 4, prin urmare $4 \mid 5^n - 1$; b), c) Analog. **25.** Suma cifrelor este egală cu $3(x + y)$, dar $x + y = 3k$, deci suma cifrelor este egală cu $9k$, așadar numărul se divide cu 9. **26.** Demonstrăm problema pentru un număr de 3 cifre $\overline{abc}$, $a \neq 0$; $\overline{abc} : 3 = 33a + 3b + (a + b + c) : 3$, deci concluzia este adevărată. **27.** a) $u(7^{112} - 4^{102}) = 5$, deci $(7^{112} - 4^{102}) \vdots 5$; b), c) Analog. **28.** a) $2^{n+5} \cdot 5^n + 1 = 32\underbrace{0...01}_{n \text{ cifre}}$ și deoarece suma cifrelor se divide cu 3 rezultă că $3 \mid 2^{n+5} \cdot 5^n + 1$; b), c) Analog. **29.** $\overline{abc} = 5 \cdot a \cdot b \cdot c$, deci a, b, c sunt cifre impare și $5 \mid \overline{abc}$, de unde rezultă că $c = 5$, prin urmare $\overline{ab5} = 25 \cdot a \cdot b$, de unde rezultă că $25 \mid \overline{ab5}$, deci $b = 7$ și obținem $a = 1$; $\overline{abc} = 175$. **30.** Se consideră numerele a, $b = a + 1$, $c = a + 2$ și notăm $abc = p$; pentru $a = 3k$, rezultă că $p \vdots 3$, pentru $a = 3k + 1$, rezultă că $c = 3(k + 1)$, deci $p \vdots 3$, pentru $a = 3k + 2$, rezultă că $b = 3(k + 1)$, deci $p \vdots 3$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 134; b) 205; c) 270. **2.** a) 7120, 7124, 7128; b) 7122, 7125, 7128. **3.** $a = 63\underbrace{9...9}_{n \text{ cifre}}$ și deoarece suma cifrelor se divide cu 9, rezultă că $a \vdots 9$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. A. **2.** A. **3.** D. **4.** B. **5.** D. **II. 1.** $\overline{abcd}$ poate fi 5225, 5275, 5725, 5775 și în fiecare caz suma cifrelor nu este multiplu de 9, deci $9 \nmid \overline{abcd}$. **2.** $n = 9^0(1 + 9) + 9^2(1 + 9) + 9^4(1 + 9) + ... + 9^{98}(1 + 9) = 10(1 + 9^2 + 9^4 + ... + 9^{98})$, deci $n \vdots 10$. **3.** $3 \nmid 2 + 4 + 6 + 8$, deci numerele conțin cifra 0; 2046, 8640. **4.** $a = 15\underbrace{999...9}_{n \text{ cifre}}$ și deoarece suma cifrelor se divide cu 3, rezultă că $a \vdots 3$.

Testul 2. I. 1. A. **2.** B. **3.** C. **4.** D. **5.** C. **II. 1.** 1872. **2.** $n + n + 2 + n + 4 + n + 6 + n + 8 = 5n +$

numerele prime 67, 73, 61, 79, 43 și 97. Dacă numărul abc este impar, atunci $abc = 105$ și $d = 2$ și calculând, obținem numerele prime 103, 107, 101, 109, 97 și 113, deci $(a, b, c, d) =$ $= (2, 5, 7, 3), (2, 7, 5, 3), (5, 2, 7, 3), (5, 7, 2, 3), (7, 2, 5, 3), (7, 5, 2, 3), (3, 5, 7, 2), (3, 7, 5, 2),$ $(5, 3, 7, 2), (5, 7, 3, 2), (7, 3, 5, 2), (7, 5, 3, 2)$.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

1. a) 41, 43, 47; b) 51, 52, 54, 55, 56, 57, 58. **2.** 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, 97. **3.** $a = 5$, $b = 11$.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1. I. 1. C. **2.** A. **3.** B. **4.** D. **5.** C. **II. 1.** 15 săli de clasă. **2.** 105 pachete. **3.** $a = 2$ și $b = 5$. **4.** Notăm cu a numărul cerut. Dacă cele 3 numere prime sunt 2, 3, 5 sau 2, 3, 7 sau 2, 5, 7, de fiecare dată numărul obținut a este prim, iar pentru numerele prime 3, 5, 7, obținem $a = 7 \cdot$ $\cdot 3 + 5 = 26$ care reprezintă soluția problemei.

Testul 2. I. 1. B. **2.** A. **3.** C. **4.** D. **5.** B. **II. 1.** 84 de timbre. **2.** 27 vaze. **3.** $a = 3$ și $b = 5$. **4.** Pentru $n = 0$, obținem numerele prime 3, 2, 5, pentru $n = 1$, obținem 7, 9, 13 care nu sunt toate prime, pentru $n = 2$ obținem 11, 16, 21 care nu sunt toate prime, pentru $n \geq 3$, dacă $n = 3k$, atunci $4n + 3 = 3(4k + 1) \vdots 3$, dacă $n = 3k + 1$, atunci $7n + 2 = 3(7k + 3) \vdots 3$, iar dacă $n = 3k + 2$, atunci $8n + 5 = 3(8k + 7) \vdots 3$, prin urmare $n = 1$.

Testul 3. I. 1. A. **2.** B. **3.** D. **4.** C. **5.** B. **II. 1.** 16 grupe. **2.** 210 pomi fructiferi. **3.** $\overline{ab} = 30$. **4.** Pentru $n = 0$, obținem 3, 5, 7 care sunt prime, pentru $n = 1$, obținem 11, 13, 15 care nu sunt toate prime, pentru $n = 2$, obținem 19, 21, 23 care nu sunt toate prime, pentru $n \geq 3$, dacă $n = 3k$, atunci $8n + 3 = 3(8k + 1) \vdots 3$, dacă $n = 3k + 1$, atunci $8n + 7 = 3(8k + 5) \vdots 3$, iar dacă $n = 3k + 2$, atunci $8n + 7 = 3(8k + 7) \vdots 3$, prin urmare $n = 0$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. F. **2.** A. **3.** A. **II. 1.** 28. **2.** $x = 3$ sau $x = 9$. **3.** 61. **III. 1.** A. **2.** A. **3.** D. **IV.** $\overline{abcabc} = \overline{abc} \cdot$ $\cdot 1001 = \overline{abc} \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$, de unde rezultă că $\overline{abcabc} = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17$, deci $\overline{abc} =$ $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 17 = 510$. **V.** a) Dacă notăm produsul cu P și toate numerele sunt impare, atunci P este număr impar, iar S este număr par, deci egalitatea $P = S$ este imposibilă, deci primul număr este 2 și ultimul se obține pentru $n = 4$, acesta fiind 19; $S = 77$ și $P = 7 \cdot 11$; b) Dacă toate numerele sunt impare, atunci S este număr impar, iar S_1 este număr par, deci egalitatea $S = S_1^2$ este imposibilă, deci primul număr este 2 și ultimul se obține pentru $n = 4$, acesta fiind 23; $S = 100$ și $S_1 = (3 + 7)^2$.

Model de test pentru Evaluarea Națională

1. A. Vârful Ascuțit. **2.** B. 4. **3.** C. Pietricica. **4.** 11 kg, 6 kg, 4 kg. **5.** 8 kg, 5 kg, 4 kg. **6.** 3 kg, 7 kg, 7 kg sau 5 kg, 5 kg, 7 kg. **7.** Deoarece trei dintre cele patru numere sunt prime și $a < b$, rezultă că $\overline{aa} = 11$, deci $b = 3$ sau $b = 7$ și verificând pentru $b = 3$, numerele $\overline{aa}$, $\overline{ab}$, $\overline{ba}$ și $\overline{bb}$ au suma divizibilă cu 2^3, deci $b = 3$, prin urmare cele două distanțe sunt egale cu 13 km, respectiv 11 km. **8.** Distanțele de la refugiul montan Vârful Ascuțit la cabanele Gura Râului, respectiv cabana Brusturet sunt egale cu $\overline{ba} - \overline{ab} = 18$ km, respectiv $\overline{bb} - \overline{aa} = 22$ km, deci lungimea traseului cerut este egală cu 40 km. **9.** Distanțele dintre cabana Plaiul Foii și refugiul montan Vârful Ascuțit este egală cu $\left(\overline{aa} + \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{bb}\right) : 4 = 22$ km.

Capitolul III. Fracții ordinare

Lecția 23. Fracții ordinare

1. a) 2 supra 3; b) 5 supra 6; c) 4 supra 9; d) 8 supra 7. **2.** a) 4, 7; b) 23, 11; c) 16, 51; d) 8, 3. **3.** a) $\frac{2}{4}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{4}{4}$; d) $\frac{3}{4}$. **4.** a) A. $\frac{2}{6}$; b) B. $\frac{1}{6}$; c) B. $\frac{5}{6}$; d) A. $\frac{3}{6}$. **5.** a) A; b) F; c) A; d) A.

Ce notă merit? Test de evaluare stadială

2. B. **3.** $u = 3$ cm.

Teste de evaluare sumativă

Testul 1.

Testul 1. I. 1. C. **2.** A. **3.** D. **4.** B. **5.** C. **II. 1.** $\frac{75}{100}$, $\frac{20}{100}$, $\frac{110}{100}$, $\frac{48}{100}$. **2.** $\frac{18}{53}$, $\frac{6}{17}$, $\frac{8}{21}$, $\frac{12}{31}$.
3. $\frac{99 \cdot 50}{60 \cdot 121} = \frac{15}{22}$. **4.** $9 < 6n < 32$, deci n poate fi 2, 3, 4 sau 5.

Testul 2. I. 1. B. **2.** A. **3.** C. **4.** D. **5.** B. **II. 1.** $\frac{30}{80}$, $\frac{32}{80}$, $\frac{55}{80}$, $\frac{104}{80}$. **2.** $\frac{9}{5}$, respectiv $\frac{18}{7}$.
3. $\frac{20(10^4+1)}{24(10^4+1)} = \frac{5}{6}$. **4.** $1 + 2(2n - 3) \leq n + 7 - 3$, de unde obținem $n \leq 3$, deci $n = 2$ sau $n = 3$.

Testul 3. I. 1. A. **2.** B. **3.** D. **4.** C. **5.** B. **II. 1.** $\frac{44}{56}$, $\frac{35}{56}$, $\frac{42}{56}$, $\frac{34}{56}$. **2.** x poate fi 3, 5 sau 9.
3. $12 > 2n > 7$, deci n poate fi 4 sau 5. **4.** $f = \frac{3^{39} \cdot 55}{3^{41} \cdot 11} = \frac{5}{9}$; $\frac{20}{36} < \frac{20}{35}$.

Fișă pentru portofoliul elevului

I. 1. A. **2.** A. **3.** F. **II. 1.** $\frac{2}{5}$. **2.** 24. **3.** 7. **III. 1.** C. **2.** D. **3.** A. **IV.** $4 < n \leq 10$. **V.** a) $f = \frac{10^n \cdot 125 - 10^n \cdot 25}{10^n \cdot 160} = \frac{10^n \cdot 100}{10^n \cdot 160} = \frac{5}{8}$; $f = \frac{45}{72}$ și $\frac{23}{36} = \frac{46}{72}$, deci $f < \frac{23}{36}$; b) Dacă notăm cu u lungimea unității de măsură, avem: $(u : 8) \cdot 5 = 25$, de unde rezultă că $u = 40$ mm $= 4$ cm.

Lecția 32. Adunarea fracțiilor ordinare. Proprietățile adunării

1. a) $\frac{11}{3}$; b) $\frac{13}{5}$; c) $\frac{15}{7}$; d) $\frac{32}{9}$; e) $\frac{32}{3}$; f) $\frac{19}{5}$. **2.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{11}{5}$; d) $\frac{7}{3}$; e) $\frac{9}{5}$; f) $\frac{5}{3}$.
3. a) $\frac{35}{6}$; b) $\frac{37}{12}$; c) $\frac{24}{13}$; d) $\frac{8}{5}$. **4.** a) $x + y = 2$; b) $x + y = 3$. **5.** a) $\frac{3}{2}$; b) $\frac{19}{8}$; c) $\frac{16}{9}$; d) $\frac{13}{8}$; e) $\frac{48}{7}$; f) $\frac{11}{4}$; g) $\frac{4}{3}$; h) $\frac{3}{2}$. **6.** a) $\frac{23}{12}$; b) $\frac{37}{20}$; c) $\frac{41}{10}$; d) $\frac{11}{18}$; e) $\frac{29}{30}$; f) $\frac{43}{36}$; g) $\frac{61}{40}$; h) $\frac{53}{48}$.
7. $\frac{16}{27}$. **8.** a) $5\frac{1}{4}$; b) $5\frac{1}{2}$; c) $6\frac{3}{8}$; d) $7\frac{7}{12}$; e) $7\frac{19}{20}$; f) $9\frac{11}{18}$. **9.** a) $10\frac{1}{5}$; b) $7\frac{2}{7}$; c) $9\frac{4}{9}$; d) $7\frac{11}{20}$; e) $12\frac{19}{24}$; f) $14\frac{15}{28}$. **10.** $179\frac{8}{9}$ kg. **11.** a) $\frac{13}{5}$; b) $\frac{3}{2}$; c) $\frac{13}{7}$; d) $\frac{7}{6}$; e) $\frac{5}{12}$; f) $\frac{18}{25}$.
12. a) $\frac{59}{27}$; b) $\frac{5}{6}$; c) $\frac{25}{16}$; d) $\frac{25}{28}$; e) $\frac{37}{30}$; f) $\frac{37}{32}$. **13.** a) $6\frac{11}{12}$; b) $5\frac{11}{24}$; c) $8\frac{1}{20}$; d) $8\frac{19}{42}$; e) $8\frac{23}{60}$; f) $11\frac{25}{96}$. **14.** a) $\frac{97}{60}$; b) $\frac{17}{9}$; c) $\frac{143}{80}$; d) $\frac{91}{96}$; e) $\frac{175}{108}$; f) $\frac{113}{150}$. **15.** $x = \frac{11}{8}$ și $y = \frac{11}{6}$; $x + y = \frac{77}{24}$. **16.** $f_1 = \frac{95}{36}$ și $f_2 = \frac{21}{8}$; $f_1 > f_2$. **17.** $f_1 = \frac{48}{7}$, $f_2 = \frac{22}{7}$, $f_1 + f_2 = 10$. **18.** $S_1 + S_2 =$

Cuprins